


Dissertação apresentada à Pró-Reitoria de Pós-Graduação do Instituto Tecnológico de Aeronáutica, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências no Programa de Pós-Graduação em Física, Área de Física Nuclear.

Victoria Cristina Morais Oliveira

MODELO HOLOGRÁFICO NA DESCRIÇÃO DA MATÉRIA NUCLEAR E ESTRELAS DE NÊUTRONS

Dissertação aprovada em sua versão final pelos abaixo assinados:



Prof. Dr. Odilon Lourenço da Silva Filho

Orientador

Prof. Dra. Emília Villani

Pró-Reitora de Pós-Graduação

Campo Montenegro
São José dos Campos, SP - Brasil
2022

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Divisão de Informação e Documentação

Oliveira, Victoria Cristina Morais
Modelo holográfico na descrição da matéria nuclear e estrelas de nêutrons / Victoria Cristina Morais Oliveira.
São José dos Campos, 2022.
63f.

Dissertação de Mestrado – Curso de Pós-Graduação em Física. Área de Física Nuclear – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2022. Orientador: Prof. Dr. Odilon Lourenço da Silva Filho.

1. Estrelas de nêutrons. 2. Holografia. 3. Modelo de Walecka. I. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. II. Título.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

OLIVEIRA, Victoria Cristina Morais. **Modelo holográfico na descrição da matéria nuclear e estrelas de nêutrons**. 2022. 63f. Dissertação de Mestrado – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

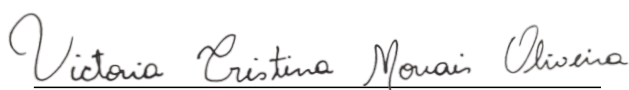
CESSÃO DE DIREITOS

NOME DA AUTORA: Victoria Cristina Morais Oliveira

TÍTULO DO TRABALHO: Modelo holográfico na descrição da matéria nuclear e estrelas de nêutrons.

TIPO DO TRABALHO/ANO: Dissertação / 2022

É concedida ao Instituto Tecnológico de Aeronáutica permissão para reproduzir cópias desta dissertação e para emprestar ou vender cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. A autora reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação pode ser reproduzida sem a autorização da autora.



Victoria Cristina Morais Oliveira
Av. Cidade Jardim, 679
12.233-066 – São José dos Campos–SP

MODELO HOLOGRÁFICO NA DESCRIÇÃO DA MATÉRIA NUCLEAR E ESTRELAS DE NÊUTRONS

Victoria Cristina Morais Oliveira

Composição da Banca Examinadora:

Prof. Dr. Wayne Leonardo Silva de Paula	Presidente	-	ITA
Prof. Dr. Odilon Lourenço da Silva Filho	Orientador	-	ITA
Prof. Dr. César Henrique Lenzi	Membro Interno (Titular)	-	ITA
Prof. Dr. Sérgio José Barbosa Duarte	Membro Externo (Titular)	-	CBPF

Aos meus pais, cujo apoio possibilitou
minha formação.

Agradecimentos

Dedicado este espaço aqueles que, de alguma forma, contribuíram para que esta dissertação fosse realizada.

Primeiramente, gostaria de agradecer aos meus pais, José Carlos e Jocilene, pelo incentivo nos estudos, amor e cuidado comigo. Eu nada seria sem vocês.

Em especial dedico essa dissertação o meu pai, José Carlos, por ser meu exemplo e grande incentivador, e também por me mostraram ainda criança, o bonito caminho da física.

Às minhas irmãs, Silvia Helena e Assíria, pelo carinho, e que mesmo na distância, sempre estiveram ao meu lado me fazendo sorrir.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Odilon Lourenço, por todos os ensinamentos, oportunidades e conversas que tivemos. Por ter tido paciência e dedicação em ensinar e me guiar durante todo o processo e por partilhar uma pequena fração de seu imenso conhecimento e experiência em física. Levarei esses aprendizados comigo durante a carreira acadêmica e a vida. Meu sincero agradecimento.

Dedico este trabalho a todos os professores que me influenciaram na minha trajetória. Em especial à Prof. Dra. Bianca M. Santos, pelo apoio durante meus estudos de graduação na UFAC e por sempre incentivar seus alunos, e ser meu modelo feminino na ciência.

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo apoio financeiro e à pós graduação do ITA, pelo espaço cedido e pela oportunidade.

“ Fisicamente, habitamos um espaço, mas, sentimentalmente, somos habitados por uma memória.” — JOSÉ SARAMAGO
“ O que a memória ama, fica eterno. ” — ADÉLIA PRADO

Resumo

Nesta dissertação propomos a generalização de um modelo holográfico (MHD) para a descrição da matéria nuclear assimétrica e estrelas de nêutrons. Tal modelo, cuja versão para a matéria simétrica foi proposta recentemente, apresenta as mesmas equações de estado do modelo de Walecka e foi construído a partir da correspondência AdS/QCD. Estudamos inicialmente o próprio modelo de Walecka, mostrando como é possível construir sua termodinâmica, e logo em seguida apresentamos os conceitos teóricos que servem como base para o desenvolvimento de modelos holográficos em geral, e em particular o modelo MHD para a matéria simétrica. Por fim, incluímos o méson ρ no modelo com o objetivo de torná-lo capaz de descrever sistemas nucleares assimétricos, especialmente estrelas de nêutrons. Mostramos que tais objetos astrofísicos descritos pela versão generalizada do modelo MHD são compatível com dados observacionais recentes.

Abstract

In this work we propose the generalization of a holographic model (MHD) for description of asymmetric nuclear matter and neutron stars. The symmetric matter version of this model, recently proposed, has the same equations of state of those of the Walecka model, and was developed from the AdS/QCD correspondence. Initially we study the Walecka model by showing how it is possible to derive its thermodynamics, and then we present the theoretical concepts used for the development of holographic models in general, and in particular the MHD model (symmetric matter version). Finally, we include the ρ meson in the model in order to become it capable of describing asymmetric nuclear systems, especially neutron stars. We show that such astrophysical objects described by the generalized version of the MHD model are compatible with recent observational data.

Lista de Figuras

FIGURA 2.1 – Energia por partícula em função da razão ρ/ρ_0 da parametrização LHS do modelo de Walecka para a matéria simétrica.	21
FIGURA 2.2 – Pressão em função da razão ρ/ρ_0 da parametrização LHS do modelo de Walecka para a matéria simétrica.	22
FIGURA 2.3 – Energia de simetria em função da razão ρ/ρ_0 da parametrização LHS do modelo de Walecka.	25
FIGURA 3.1 – Figura ilustrativa sobre como a reescala de distâncias ($r_1 \rightarrow r_2$, $S_1 \rightarrow S_2$) preserva o ângulo θ	27
FIGURA 3.2 – Energia por partícula em função da razão ρ/ρ_0 do modelo MHD e da parametrização LHS do modelo de Walecka. Ambos para a matéria simétrica.	33
FIGURA 3.3 – Massa efetiva dividida por M em função de ρ/ρ_0 do modelo MHD e da parametrização LHS do modelo de Walecka. Ambos para a matéria simétrica.	34
FIGURA 3.4 – Pressão em função de ρ/ρ_0 do modelo MHD e da parametrização LHS do modelo de Walecka. Ambos para a matéria simétrica. A região cinza foi estabelecida na referência (Danielewicz <i>et al.</i> , 2002).	35
FIGURA 4.1 – Energia por partícula em função da razão ρ/ρ_0 do modelo MHD para diferentes valores de y . Valor de G_ρ^2 obtido fazendo-se $J = 32$ MeV.	39
FIGURA 4.2 – Massa efetiva dividida por M em função de ρ/ρ_0 do modelo MHD para diferentes valores de y . Valor de G_ρ^2 obtido fazendo-se $J = 32$ MeV.	39
FIGURA 4.3 – Energia de simetria em função da razão ρ/ρ_0 do modelo MHD.	40

FIGURA 4.4 – Energia por partícula em função da razão ρ/ρ_0 do modelo MHD para a matéria pura de nêutrons, ou seja, $y = 0$. Faixa extraída da referência (DUTRA <i>et al.</i> , 2014).	40
FIGURA 4.5 – μ_p e μ_n em função da razão ρ/ρ_0 do modelo MHD para diferentes valores de y . Valor de G_ρ^2 obtido fazendo-se $J = 32$ MeV.	41
FIGURA 4.6 – Energia de simetria em função da razão ρ/ρ_0 do modelo MHD para diversos valores de J . Faixas extraídas da referência (RUSSOTTO <i>et al.</i> , 2016).	42
FIGURA 4.7 – Energia por partícula em função da razão ρ/ρ_0 do modelo MHD da matéria pura de nêutrons, ou seja $y = 0$, para diversos valores de J . Faixa extraída da referência (DUTRA <i>et al.</i> , 2014).	43
FIGURA 4.8 – K_0 em função de ρ_0 para o modelo MHD com B_0 fixo.	44
FIGURA 4.9 – K_0 em função de $-B_0$ para o modelo MHD com ρ_0 fixo.	45
FIGURA 4.10 – Diagrama massa-raio, em unidades de massa solar M_\odot , para o modelo MHD com diferentes valores de J . Linhas horizontais extraídas da referência (Cromartie <i>et al.</i> , 2020). Círculos com barras de erro extraídos das referências (RILEY <i>et al.</i> , 2019; MILLER <i>et al.</i> , 2019). Faixas extraídas das referências (MILLER <i>et al.</i> , 2021; RILEY <i>et al.</i> , 2021).	48
FIGURA 4.11 – Diagrama massa-raio, em unidades de massa solar M_\odot , para o modelo MHD com diferentes valores de B_0 . Linhas horizontais extraídas da referência (Cromartie <i>et al.</i> , 2020). Círculos com barras de erro extraídos das referências (RILEY <i>et al.</i> , 2019; MILLER <i>et al.</i> , 2019). Faixas extraídas das referências (MILLER <i>et al.</i> , 2021; RILEY <i>et al.</i> , 2021).	48
FIGURA 4.12 – Diagrama massa-raio, em unidades de massa solar M_\odot , para o modelo MHD com diferentes valores de ρ_0 . Linhas horizontais extraídas da referência (Cromartie <i>et al.</i> , 2020). Círculos com barras de erro extraídos das referências (RILEY <i>et al.</i> , 2019; MILLER <i>et al.</i> , 2019). Faixas extraídas das referências (MILLER <i>et al.</i> , 2021; RILEY <i>et al.</i> , 2021).	49

Lista de Tabelas

TABELA 4.1 – Valores de L_0 para cada parametrização do modelo MHD construída a partir da variação de J	43
TABELA 4.2 – Massa máxima da estrela, $M_{\text{star}}^{\text{max}}$, para cada parametrização do modelo MHD construída a partir da variação de B_0 . Valores fixos: $\rho_0 = 0,15 \text{ fm}^3$ e $J = 32 \text{ MeV}$	49
TABELA 4.3 – Massa máxima da estrela, $M_{\text{star}}^{\text{max}}$, para cada parametrização do modelo MHD construída a partir da variação de ρ_0 . Valores fixos: $B_0 = -15,6 \text{ MeV}$ e $J = 32 \text{ MeV}$	49

Sumário

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Organização do trabalho	15
2	MODELO DE WALECKA	16
2.1	Equações de campo	17
2.2	Tensor energia-momento, densidade de energia e pressão	19
2.3	Outras equações de estado: potenciais químicos e energia de simetria	21
3	MODELO HOLOGRÁFICO (MATÉRIA NUCLEAR SIMÉTRICA)	26
3.1	Conceitos iniciais	26
3.2	Conjectura AdS/CFT	28
3.3	Correspondência AdS/QCD	29
3.4	Modelo holográfico MHD	30
4	MODELO HOLOGRÁFICO (MATÉRIA NUCLEAR ASSIMÉTRICA)	36
4.1	Generalização para matéria assimétrica	36
4.2	Densidade de energia, pressão e energia de simetria	38
4.3	Potenciais químicos	41
4.4	Variação dos parâmetros	42
4.5	Aplicação em estrelas de nêutrons	44
5	CONCLUSÃO	50
	REFERÊNCIAS	53
	APÊNDICE A – ÁLGEBRA SPINORIAL NO ESPAÇO-TEMPO CURVO	58

A.1	Vierbein	58
A.2	Spin connection	59

1 Introdução

A interação nuclear não tem uma forma bem definida como no caso das interações eletromagnética e gravitacional. Dessa forma, o estudo de sistemas nos quais a força nuclear predomina é realizado com base em modelos. Dois desses sistemas são a chamada matéria nuclear infinita e a matéria estelar. O primeiro é um sistema hipotético no qual os hádrons interagem entre si sem condições de contorno devido à superfícies, e sem a presença da interação coulombiana agindo nas partículas carregadas. O segundo é base da descrição de alguns objetos astrofísicos, tais como as estrelas de nêutrons, e considera também léptons adicionalmente aos hádrons.

Três diferentes abordagens são usadas para a análise de tais sistemas. Uma delas não considera os detalhes da interação entre os hádrons, ou seja, leva em conta somente características globais e por isso é chamada também de abordagem “macroscópica”. Um exemplo é o cálculo da energia de ligação de núcleos finitos a partir da fórmula semi-empírica de massa (Weizsäcker, 1935). As outras duas levam em conta as interações. Uma delas é a abordagem baseada em sistemas de poucos corpos, ou seja, a interação entre os nucleons (prótons ou nêutrons) é o ponto de partida para a construção de sistemas de muitos corpos, tais como a matéria nuclear infinita. Os parâmetros livres dos modelos baseados nesta abordagem, chamados de modelos “microscópicos”, são obtidos a partir de dados conhecidos da física de poucos nucleons, como o dêuteron por exemplo (sistema ligado formado por 1 próton e 1 nêutron). Finalmente, os chamados “modelos fenomenológicos” têm seus parâmetros livres ajustados a partir de dados conhecidos da matéria nuclear infinita e/ou de núcleos finitos, ambos sistemas de muitos nucleons. Esta dissertação se concentra no estudo de um particular modelo fenomenológico holográfico proposto inicialmente para a descrição da matéria nuclear simétrica, na qual o número de prótons é igual ao número de nêutrons (de Paula *et al.*, 2020). Estudaremos as bases deste modelo, chamado de “medium Modified Holographic-hadron Dynamics (MHD)”, e apresentaremos nossa proposta de generalização para a descrição matéria assimétrica, mais especificamente matéria nuclear e estelar. Mostraremos que o modelo MHD generalizado descreve bem a matéria assimétrica, e que as estrelas de nêutrons geradas por ele são compatíveis com dados observacionais recentes.

1.1 Organização do trabalho

A apresentação de nosso estudo está disposta da seguinte forma: no capítulo 2 mostraremos um modelo fenomenológico tradicional usado na descrição da matéria nuclear, o modelo de Walecka, que servirá como base para a construção do modelo MHD. Neste capítulo mostraremos como obter as equações de estado do sistema a partir da densidade lagrangiana. Calcularemos a densidade de energia, pressão, potenciais químicos e energia de simetria do modelo e apresentaremos alguns resultados de uma parametrização específica. No capítulo 3 apresentaremos o modelo MHD propriamente dito, em sua versão que descreve a matéria nuclear simétrica (de Paula *et al.*, 2020). Discutiremos as bases teóricas usadas para o desenvolvimento de um modelo holográfico, mais especificamente a definição de invariância conforme, a conjectura AdS/CFT e a correspondência AdS/QCD. Estudaremos a termodinâmica do modelo MHD mostrando que ele de fato descreve muito bem a matéria nuclear simétrica, como discutido na referência (de Paula *et al.*, 2020). Por fim, no capítulo 4, apresentaremos nossa proposta de generalização do modelo MHD para a matéria assimétrica a partir da inclusão do méson ρ no sistema. As 3 constantes livres do modelo são ajustadas para a determinação da densidade de saturação (ρ_0), energia de ligação (B_0) e energia de simetria na densidade de saturação (J). Mostraremos o efeito na variação destas quantidades tanto na matéria assimétrica quanto na matéria estelar (estrelas de nêutrons construídas com o modelo generalizado). Finalmente, mostraremos também que é possível obter parametrizações do modelo, a partir da variação de ρ_0 , B_0 e J , capazes de gerar estrelas que satisfazem certos vínculos observacionais.

2 Modelo de Walecka

Como descrito anteriormente, várias são as possibilidades de se descrever a matéria nuclear composta de prótons e nêutrons, ou hádrons em geral. Neste capítulo apresentamos um modelo fenomenológico que serviu como base para tal finalidade e que foi bastante utilizado na física nuclear, incorporando os efeitos relativísticos das partículas interagentes no meio nuclear. Ele utiliza como ponto de partida a Teoria Quântica de Campos de muitos corpos, na qual os graus de liberdade são os hádrons, teoria inteiramente baseada em densidades lagrangianas invariantes de Lorentz e comumente conhecida como Hadrodinâmica Quântica, ou QHD, do termo em inglês “Quantum Hadrodynamics”.

O modelo pioneiro que fez uso desta abordagem foi proposto por J. D. Walecka (WALECKA, 1974) e trata prótons e nêutrons como partículas fundamentais interagindo entre si através da troca do méson escalar σ e do méson vetorial ω . O primeiro méson representa a parte atrativa da interação nuclear e o segundo, a parte repulsiva. Nesse modelo, além do méson σ e do méson ω , será incluído também o méson ρ . Ele é apresentado pelo campo vetorial $\vec{\rho}^\mu$ e tem massa m_ρ .

A densidade lagrangiana que descreve o modelo é dada por (em unidades nas quais $\hbar = c = 1$)

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{nm} + \mathcal{L}_\sigma + \mathcal{L}_\omega + \mathcal{L}_\rho, \quad (2.1)$$

onde

$$\mathcal{L}_{nm} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - M) \psi + g_\sigma \sigma \bar{\psi} \psi - g_\omega \bar{\psi} \gamma^\mu \omega_\mu \psi - \frac{g_\rho}{2} \bar{\psi} \gamma^\mu \vec{\rho}_\mu \vec{\tau} \psi, \quad (2.2)$$

$$\mathcal{L}_\sigma = \frac{1}{2} (\partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2), \quad (2.3)$$

$$\mathcal{L}_\omega = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \quad (2.4)$$

e

$$\mathcal{L}_\rho = -\frac{1}{4} \vec{B}^{\mu\nu} \vec{B}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \vec{\rho}_\mu \vec{\rho}^\mu. \quad (2.5)$$

Nesta densidade lagrangiana, o campo fermiônico ψ representa um nucleon (próton ou nêutron) de massa M . Os campos σ (escalar), ω^μ (vetorial), e $\vec{\rho}^\mu$ (isovetorial-vetorial)

representam, respectivamente, os mésons σ , ω e ρ . O último méson permite o surgimento da assimetria no sistema, ou seja, é o responsável pela diferença entre o número de prótons e o número de nêutrons (para esta versão do modelo no qual generaliza-se a descrição da matéria nuclear assimétrica). As intensidades das interações dos mésons com o nucleon são dadas pelas constantes de acoplamento g_σ , g_ω e g_ρ . Ainda, os tensores $F_{\mu\nu}$ e $\vec{B}_{\mu\nu}$ são dados por $F_{\mu\nu} = \partial_\nu\omega_\mu - \partial_\mu\omega_\nu$ e $\vec{B}_{\mu\nu} = \partial_\nu\vec{\rho}_\mu - \partial_\mu\vec{\rho}_\nu$. O isospin do nucleon é $\vec{\tau}$, com a seta indicando que esta quantidade, assim como o próprio campo $\vec{\rho}^\mu$, é um vetor no espaço de isospin.

2.1 Equações de campo

As equações de campo para o modelo de Walecka são determinadas a partir das equações de Euler-Lagrange, dadas por (SEROT; WALECKA, 1986)

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu Q_i)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Q_i} = 0, \quad (2.6)$$

com Q_i ($i = 1, 2, \dots, N$) representando os N campos da teoria. A aplicação desta expressão nos campos do modelo de Walecka resulta em

$$(\partial^\mu \partial_\mu + m_\sigma^2) \sigma = g_\sigma \bar{\psi} \psi, \quad (2.7)$$

$$\partial^\nu F^{\mu\nu} - m_\omega^2 \omega^\mu = -g_\omega \bar{\psi} \gamma^\mu \psi, \quad (2.8)$$

$$\partial_\nu B^{\mu\nu} - m_\rho^2 \vec{\rho}^\mu = -\frac{1}{2} g_\rho \bar{\psi} \gamma^\mu \vec{\tau} \psi, \quad (2.9)$$

e

$$[\gamma^\mu (i\partial_\mu - g_\omega \omega_\mu - \frac{g_\rho}{2} \vec{\rho}_\mu \vec{\tau}) - M^*] \psi = 0. \quad (2.10)$$

Note que a Eq. (2.7) é a equação de Klein-Gordon com termo de fonte dado por $g_\sigma \bar{\psi} \psi$. Já as duas equações seguintes são as equações de Proca com as fontes vetoriais $g_\omega \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$ e $\frac{1}{2} g_\rho \bar{\psi} \gamma^\mu \vec{\tau} \psi$, respectivamente. A última equação é a equação de Dirac na qual identifica-se a massa do nucleon substituída por sua massa efetiva dada por

$$M^* = M - g_\sigma \sigma. \quad (2.11)$$

Assim, vê-se que o modelo de Walecka tem como resultado a indicação de que na verdade o nucleon não tem massa fixa, ou seja, sua massa é uma função do campo escalar σ que por sua vez varia com a densidade. Como consequência, verifica-se que M^* varia no meio

nuclear, como mostraremos mais adiante.

As equações de campo mostradas acima não apresentam solução analítica e o uso, por exemplo, da teoria de perturbação também não se aplica, já que os valores das constantes de acoplamento são maiores que a unidade, como veremos mais adiante. No entanto, um método largamente utilizado para a resolução deste conjunto de equações é a aproximação de campo médio (ACM), na qual os nucleons são considerados sob influência de uma interação média no interior na matéria nuclear, sistema este tratado como uniforme e estático. Desta forma, os campos mesônicos são substituídos por seus valores médios, ou seja, temos que

$$\sigma \rightarrow \langle \sigma \rangle \equiv \sigma, \quad (2.12)$$

$$\omega_\mu \rightarrow \langle \omega_\mu \rangle = \omega_0, \quad (2.13)$$

e

$$\vec{\rho}_\mu \rightarrow \langle \vec{\rho}_\mu \rangle \equiv \vec{\rho}_0. \quad (2.14)$$

Note que para os campos vetoriais todas as componentes espaciais são nulas. Ainda, para as fontes dos campos mesônicos temos

$$\bar{\psi}\psi \rightarrow \langle \bar{\psi}\psi \rangle \equiv \rho_s, \quad (2.15)$$

$$\bar{\psi}\gamma^\mu\psi \rightarrow \langle \bar{\psi}\gamma^\mu\psi \rangle = \langle \bar{\psi}\gamma^0\psi \rangle \equiv \rho, \quad (2.16)$$

e

$$\bar{\psi}\gamma^\mu\vec{\tau}\psi \rightarrow \langle \bar{\psi}\gamma^\mu\vec{\tau}\psi \rangle = \langle \bar{\psi}\gamma^0\tau_3\psi \rangle \equiv \rho_3, \quad (2.17)$$

com $\rho_s = \rho_{sp} + \rho_{sn}$ e $\rho = \rho_p + \rho_n$ sendo a soma das densidades escalares e vetoriais de prótons e nêutrons, respectivamente. Além disso, a diferença entre as densidades (vetoriais) de prótons e nêutrons é dada por $\rho_3 = \rho_p - \rho_n = (2y - 1)\rho$, com $y = \rho_p/\rho$ definido como a fração de prótons do sistema. Tais densidades são dadas por

$$\rho_{sp,n} = \frac{\gamma M^*}{2\pi^2} \int_0^{k_{Fp,n}} \frac{k^2 dk}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} \quad (2.18)$$

e

$$\rho_{p,n} = \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_{Fp,n}} k^2 dk = \frac{\gamma}{6\pi^2} k_{Fp,n}^3, \quad (2.19)$$

com $\gamma = 2$ sendo o fator de degenerescência e $k_{Fp,n}$ o momento de Fermi de prótons ou nêutrons.

Com o uso da ACM as equações de campo do modelo de Walecka tornam-se

$$m_\sigma^2 \sigma = g_\sigma \rho_s, \quad (2.20)$$

$$m_\omega^2 \omega_0 = g_\omega \rho, \quad (2.21)$$

$$m_\rho^2 \bar{\rho}_0 = \frac{g_\rho}{2} \rho_3, \quad (2.22)$$

e

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - \gamma^0 V - M^*)\psi = 0, \quad (2.23)$$

com

$$V = g_\omega \omega_0 + \frac{g_\rho}{2} \bar{\rho}_0 \tau_3, \quad (2.24)$$

onde τ_3 está relacionado com a terceira componente de isospin do nucleon ($I_3 = \tau_3/2$), sendo $\tau_3 = 1$ para prótons e $\tau_3 = -1$ para nêutrons.

2.2 Tensor energia-momento, densidade de energia e pressão

O tensor energia-momento é definido a partir da densidade lagrangiana do sistema como

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} \mathcal{L} + \sum_i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu Q_i)} \partial_\nu Q_i \quad (2.25)$$

onde $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$ é o tensor métrico de Minkowski. Aplicando esta definição à densidade lagrangiana do modelo de Walecka, já levando em consideração a ACM, chegamos em

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} \left(-\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \bar{\rho}_0^2 \right) + i\bar{\psi} \gamma_\mu \partial_\nu \psi, \quad (2.26)$$

onde a Eq. (2.23) foi usada para simplificar a expressão. A partir desta quantidade, é possível determinar duas das equações de estado do sistema termodinâmico descrito pelo modelo de Walecka, a saber, a densidade de energia (ou energia por volume) e a pressão. A primeira é dada por

$$\varepsilon = \langle T_{00} \rangle, \quad (2.27)$$

e a última é dada em termos das demais componentes do tensor $T_{\mu\nu}$ como

$$P = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle. \quad (2.28)$$

Calculando explicitamente a densidade de energia, temos que

$$\begin{aligned}
\varepsilon &= \langle T_{00} \rangle = \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 - \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 - \frac{1}{2}m_\rho^2\bar{\rho}_0^2 + i\langle\bar{\psi}\gamma^0\partial_0\psi\rangle \\
&= \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 - \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 - \frac{1}{2}m_\rho^2\bar{\rho}_0^2 \\
&\quad + g_\omega\omega_0\rho + \frac{g_\rho}{2}\bar{\rho}_0\rho_3 + \frac{\gamma}{2\pi^2}\sum_{j=p,n}\int_0^{k_{Fj}}k^2(k^2+M^*)^{1/2}dk.
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Usando as equações de campo para ω_0 e $\bar{\rho}_0$, Eqs. (2.21) e (2.22), chega-se em

$$\varepsilon = \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}G_\omega^2\rho^2 + \frac{1}{8}G_\rho^2\rho_3^2 + \frac{\gamma}{2\pi^2}\int_0^{k_{Fp}}k^2(k^2+M^{*2})^{1/2}dk + \frac{\gamma}{2\pi^2}\int_0^{k_{Fn}}k^2(k^2+M^{*2})^{1/2}dk, \tag{2.30}$$

com $G_\omega^2 = g_\omega^2/m_\omega^2$ e $G_\rho^2 = g_\rho^2/m_\rho^2$. Como uma observação, note que se não soubéssemos a expressão para o campo σ dada na Eq. (2.20), poderíamos ainda assim obtê-la fazendo a minimização da energia em relação ao próprio σ , $\frac{\partial\varepsilon}{\partial\sigma} = 0$, que leva a

$$\sigma = -\frac{\partial M^*}{\partial\sigma}\frac{\rho_s}{m_\sigma^2}. \tag{2.31}$$

Esta expressão comparada à própria Eq. (2.20) nos permite afirmar que

$$g_\sigma = -\frac{\partial M^*}{\partial\sigma}. \tag{2.32}$$

Note que a expressão da massa efetiva dada na Eq. (2.11) é compatível com essa relação.

A pressão é escrita como

$$\begin{aligned}
P &= \frac{1}{3}\langle T_{ii} \rangle = -\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\bar{\rho}_0^2 + \frac{i}{3}\langle\bar{\psi}\gamma^i\partial_i\psi\rangle \\
&= -\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\bar{\rho}_0^2 \\
&\quad + \frac{\gamma}{6\pi^2}\int_0^{k_{Fp}}\frac{k^4dk}{(k^2+M^{*2})^{1/2}} + \frac{\gamma}{6\pi^2}\int_0^{k_{Fn}}\frac{k^4dk}{(k^2+M^{*2})^{1/2}}.
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Assim como no caso da densidade de energia, usamos agora as equações de campo para ω_0 e $\bar{\rho}_0$, resultando na expressão final para a pressão dada por

$$P = -\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}G_\omega^2\rho^2 + \frac{1}{8}G_\rho^2\rho_3^2 + \frac{\gamma}{6\pi^2}\int_0^{k_{Fp}}\frac{k^4dk}{(k^2+M^{*2})^{1/2}} + \frac{\gamma}{6\pi^2}\int_0^{k_{Fn}}\frac{k^4dk}{(k^2+M^{*2})^{1/2}} \tag{2.34}$$

Note que as equações da densidade de energia e da pressão dependem apenas de três constantes livres, são elas: G_ω^2 , G_ρ^2 e $G_\sigma^2 = g_\sigma^2/m_\sigma^2$. Esta última aparece no primeiro termo das Eqs. (2.30) e (2.34) com o uso da equação do campo σ , Eq. (2.20). Dessa forma, é preciso estabelecer valores para essas constantes para determinar completamente

o modelo. O conjunto dessas constantes define uma “parametrização”. Por exemplo, na parametrização LHS da referência (REINHARD, 1989), as constantes g_σ , g_ω , g_ρ , m_σ , m_ω e m_ρ são dadas por $g_\sigma = 10,4814$, $g_\omega = 13,8144$, $g_\rho = 8,08488$, $m_\sigma = 520$ MeV, $m_\omega = 783$ MeV e $m_\rho = 770$ MeV. A massa do nucleon é $M = 938,9$ MeV. Com esses números, a parametrização LHS apresenta energia de ligação do sistema dada por $-15,8$ MeV e densidade de saturação dada por $\rho_0 = 0,15$ fm $^{-3}$. Na figura 2.1 é apresentada a energia por partícula da parametrização LHS do modelo de Walecka para a matéria simétrica ($y = 0,5$) em função da razão ρ/ρ_0 . Note que exatamente na densidade de saturação, ou seja, para $\rho/\rho_0 = 1$, o valor da energia por partícula é dado por $-15,8$ MeV.

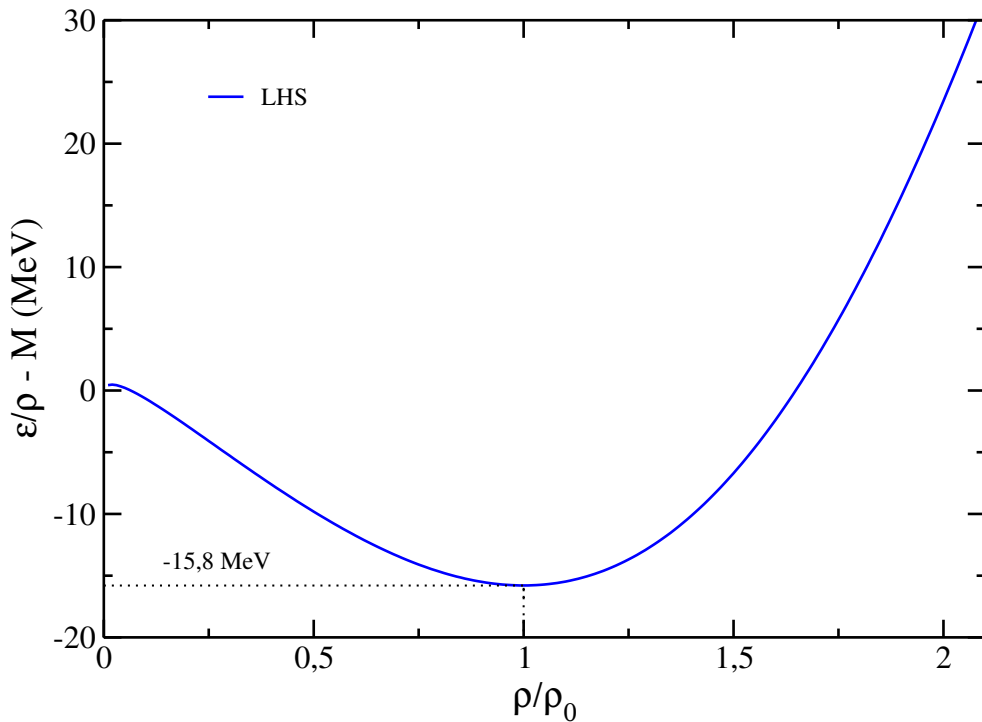


FIGURA 2.1 – Energia por partícula em função da razão ρ/ρ_0 da parametrização LHS do modelo de Walecka para a matéria simétrica.

A pressão, também em função $\rho/\rho_0 = 1$ e para a matéria simétrica, é mostrada na figura 2.2 a seguir. Note que exatamente em $\rho/\rho_0 = 1$, temos que a pressão do sistema se anula. Nesse ponto, a energia por partícula do sistema apresenta um mínimo como mostrado na figura 2.1.

2.3 Outras equações de estado: potenciais químicos e energia de simetria

Com o conhecimento da densidade de energia e da pressão do modelo de Walecka, é possível determinar todas as demais quantidades termodinâmicas do sistema. Duas delas

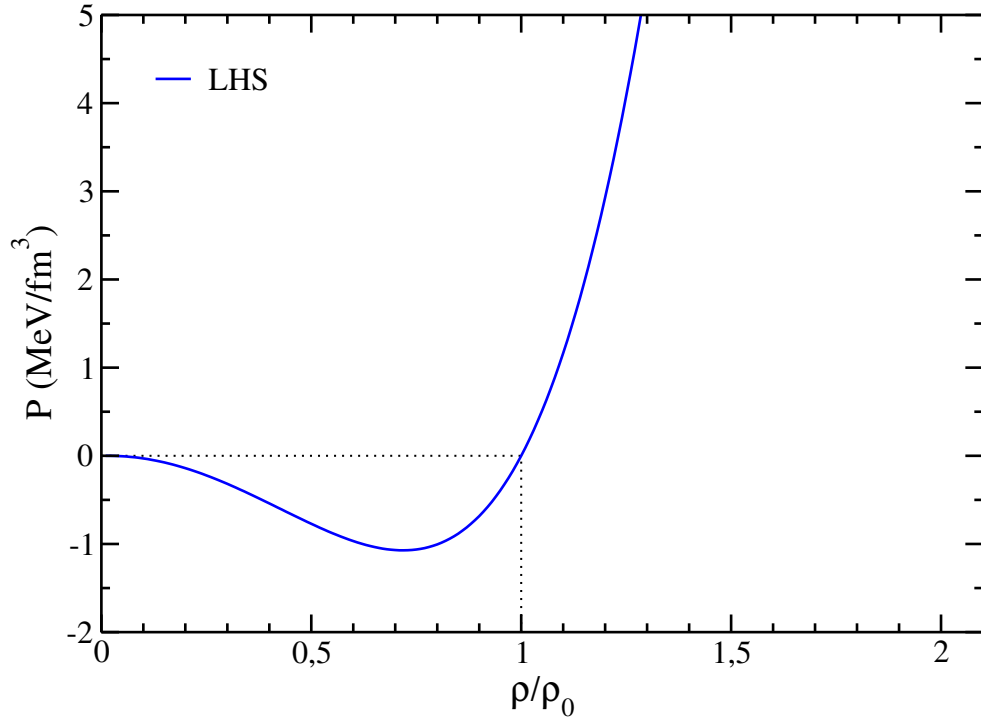


FIGURA 2.2 – Pressão em função da razão ρ/ρ_0 da parametrização LHS do modelo de Walecka para a matéria simétrica.

serão mostradas a seguir, pois são úteis para a descrição, por exemplo, das estrelas de nêutrons. São elas: os potenciais químicos, de prótons e de nêutrons, e a energia de simetria.

O potencial químico é definido como sendo a energia necessária para adicionar ou retirar uma partícula do sistema e pode ser obtido pela seguinte relação:

$$\mu_i = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho_i}, \quad (2.35)$$

com $i = p, n$, onde ε é a densidade de energia. Especificamente para o modelo de Walecka, o uso da Eq. (2.30) leva a

$$\mu_i = m_\sigma^2 \sigma \frac{\partial \sigma}{\partial \rho_i} + G_\omega^2 \rho \frac{\partial \rho}{\partial \rho_i} + \frac{1}{4} G_\rho^2 \rho_3 \frac{\partial \rho_3}{\partial \rho_i} + \frac{\gamma}{2\pi^2} \left(\frac{\partial I_p}{\partial \rho_i} + \frac{\partial I_n}{\partial \rho_i} \right), \quad (2.36)$$

com

$$I_p = \int_0^{k_{Fp}} k^2 (k^2 + M^{*2})^{1/2} dk \quad \text{e} \quad I_n = \int_0^{k_{Fn}} k^2 (k^2 + M^{*2})^{1/2} dk. \quad (2.37)$$

Ainda, usando as definições $\rho = \rho_p + \rho_n$ e $\rho_3 = \rho_p - \rho_n$, temos que $(\partial \rho / \partial \rho_p) = (\partial \rho / \partial \rho_n) = 1$,

$(\partial\rho_3/\partial\rho_p) = 1$ e $(\partial\rho_3/\partial\rho_n) = -1$, o que permite escrever

$$\begin{aligned}\mu_i &= m_\sigma^2 \sigma \frac{\partial\sigma}{\partial\rho_i} + G_\omega^2 \rho \pm \frac{1}{4} G_\rho^2 \rho_3 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \left(\frac{\partial I_p}{\partial\rho_i} + \frac{\partial I_n}{\partial\rho_i} \right) \\ &= m_\sigma^2 \sigma \frac{\partial\sigma}{\partial\rho_i} + G_\omega^2 \rho \pm \frac{1}{4} G_\rho^2 \rho_3 + (k_{F_i}^2 + M^{*2})^{1/2} + \rho_s \frac{\partial M^*}{\partial\rho_i}\end{aligned}\quad (2.38)$$

com o sinal positivo para prótons e negativo para nêutrons. Usando agora a Eq. (2.31) chega-se em

$$\begin{aligned}\mu_i &= -m_\sigma^2 \frac{\partial M^*}{\partial\sigma} \frac{\rho_s}{m_\sigma^2} \frac{\partial\sigma}{\partial\rho_i} + G_\omega^2 \rho \pm \frac{1}{4} G_\rho^2 \rho_3 + (k_{F_i}^2 + M^{*2})^{1/2} + \rho_s \frac{\partial M^*}{\partial\rho_i} \\ &= -\rho_s \frac{\partial M^*}{\partial\rho_i} + G_\omega^2 \rho \pm \frac{1}{4} G_\rho^2 \rho_3 + (k_{F_i}^2 + M^{*2})^{1/2} + \rho_s \frac{\partial M^*}{\partial\rho_i} \\ &= (k_{F_i}^2 + M^{*2})^{1/2} + G_\omega^2 \rho \pm \frac{1}{4} G_\rho^2 \rho_3.\end{aligned}\quad (2.39)$$

Note que $\mu_p = \mu_n$ para o caso da matéria simétrica, na qual $y = 0, 5$ e, conseqüentemente, $\rho_3 = 0$. Ainda, perceba que o resultado acima foi obtido mesmo sem o uso explícito da definição de M^* .

Outra quantidade bastante importante para a matéria nuclear é a chamada energia de simetria que é definida como o coeficiente quadrático de uma expansão da energia em excesso de nêutrons. Ela é escrita também em termos da densidade de energia do sistema a partir da seguinte relação

$$E_{sym} = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho_3^2} \right)_{\rho_3=0}.\quad (2.40)$$

Vejamos como isso se aplica no caso do modelo de Walecka. A primeira derivada é dada por

$$\begin{aligned}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho_3} &= m_\sigma^2 \sigma \frac{\partial\sigma}{\partial\rho_3} + \frac{1}{4} G_\rho^2 \rho_3 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \left(\frac{\partial I_p}{\partial\rho_3} + \frac{\partial I_n}{\partial\rho_3} \right) \\ &= m_\sigma^2 \sigma \frac{\partial\sigma}{\partial\rho_3} + \frac{1}{4} G_\rho^2 \rho_3 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \left(k_{F_p}^2 E_{F_p}^* \frac{\partial k_{F_p}}{\partial\rho_3} + k_{F_n}^2 E_{F_n}^* \frac{\partial k_{F_n}}{\partial\rho_3} \right) + \rho_s \frac{\partial M^*}{\partial\rho_3},\end{aligned}\quad (2.41)$$

com $E_{F_{p,n}}^* = (k_{F_{p,n}}^2 + M^{*2})^{1/2}$. Usando novamente a Eq. (2.31), temos que

$$\begin{aligned}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho_3} &= -m_\sigma^2 \frac{\partial M^*}{\partial\sigma} \frac{\rho_s}{m_\sigma^2} \frac{\partial\sigma}{\partial\rho_3} + \frac{1}{4} G_\rho^2 \rho_3 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \left(k_{F_p}^2 E_{F_p}^* \frac{\partial k_{F_p}}{\partial\rho_3} + k_{F_n}^2 E_{F_n}^* \frac{\partial k_{F_n}}{\partial\rho_3} \right) + \rho_s \frac{\partial M^*}{\partial\rho_3} \\ &= -\rho_s \frac{\partial M^*}{\partial\rho_3} + \frac{1}{4} G_\rho^2 \rho_3 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \left(k_{F_p}^2 E_{F_p}^* \frac{\partial k_{F_p}}{\partial\rho_3} + k_{F_n}^2 E_{F_n}^* \frac{\partial k_{F_n}}{\partial\rho_3} \right) + \rho_s \frac{\partial M^*}{\partial\rho_3} \\ &= \frac{1}{4} G_\rho^2 \rho_3 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \left(k_{F_p}^2 E_{F_p}^* \frac{\partial k_{F_p}}{\partial\rho_3} + k_{F_n}^2 E_{F_n}^* \frac{\partial k_{F_n}}{\partial\rho_3} \right).\end{aligned}\quad (2.42)$$

Aqui também ressaltamos que a expressão acima foi obtida sem o uso explícito da definição de M^* .

Reescrevendo agora ρ e ρ_3 em termos de k_{F_p} e k_{F_n} , ou seja,

$$\rho = \rho_p + \rho_n = \frac{\gamma}{6\pi^2}(k_{F_p}^3 + k_{F_n}^3) \quad (2.43)$$

e

$$\rho_3 = \rho_p - \rho_n = \frac{\gamma}{6\pi^2}(k_{F_p}^3 - k_{F_n}^3), \quad (2.44)$$

chega-se em

$$k_{F_p} = \left(\frac{3\pi^2}{\gamma}\right)^{1/3} (\rho + \rho_3)^{1/3} \quad \text{e} \quad k_{F_n} = \left(\frac{3\pi^2}{\gamma}\right)^{1/3} (\rho - \rho_3)^{1/3}, \quad (2.45)$$

o que leva a

$$\frac{\partial k_{F_p}}{\partial \rho_3} = \frac{\pi^2}{\gamma k_{F_p}^2} \quad \text{e} \quad \frac{\partial k_{F_n}}{\partial \rho_3} = -\frac{\pi^2}{\gamma k_{F_n}^2}. \quad (2.46)$$

Inserindo este resultado na primeira derivada de ε , temos que

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho_3} = \frac{1}{4}G_\rho^2 \rho_3 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \left(k_{F_p}^2 E_{F_p}^* \frac{\pi^2}{\gamma k_{F_p}^2} - k_{F_n}^2 E_{F_n}^* \frac{\pi^2}{\gamma k_{F_n}^2} \right) = \frac{1}{4}G_\rho^2 \rho_3 + \frac{1}{2}(E_{F_p}^* - E_{F_n}^*). \quad (2.47)$$

A partir desta expressão, é possível então determinar a segunda derivada de ε da seguinte forma

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho_3^2} &= \frac{1}{4}G_\rho^2 + \frac{\partial}{\partial \rho_3} \left[\frac{1}{2} (E_{F_p}^* - E_{F_n}^*) \right] \\ &= \frac{1}{4}G_\rho^2 + \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{1}{E_{F_p}^* k_{F_p}} + \frac{1}{E_{F_n}^* k_{F_n}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{M^*}{E_{F_p}^*} \frac{\partial M^*}{\partial \rho_3} - \frac{M^*}{E_{F_n}^*} \frac{\partial M^*}{\partial \rho_3} \right). \end{aligned} \quad (2.48)$$

Como esta segunda derivada deve ser avaliada em $\rho_3 = 0$, nesta situação temos $k_{F_p} = k_{F_n} \equiv k_F$ e, conseqüentemente $E_{F_p}^* = E_{F_n}^* \equiv E_F^*$. Assim, chega-se a

$$\left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho_3^2} \right)_{\rho_3=0} = \frac{1}{4}G_\rho^2 + \frac{\pi^2}{2E_F^* k_F}, \quad (2.49)$$

o que leva finalmente a

$$E_{sym} = \frac{1}{2}\rho \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho_3^2} \right)_{\rho_3=0} = \frac{k_F^2}{6(k_F^2 + M^{*2})^{1/2}} + \frac{1}{8}G_\rho^2 \rho. \quad (2.50)$$

Na figura 2.3 mostramos como a energia de simetria varia com a densidade para a parametrização LHS do modelo de Walecka. Note que em particular, a energia de simetria em

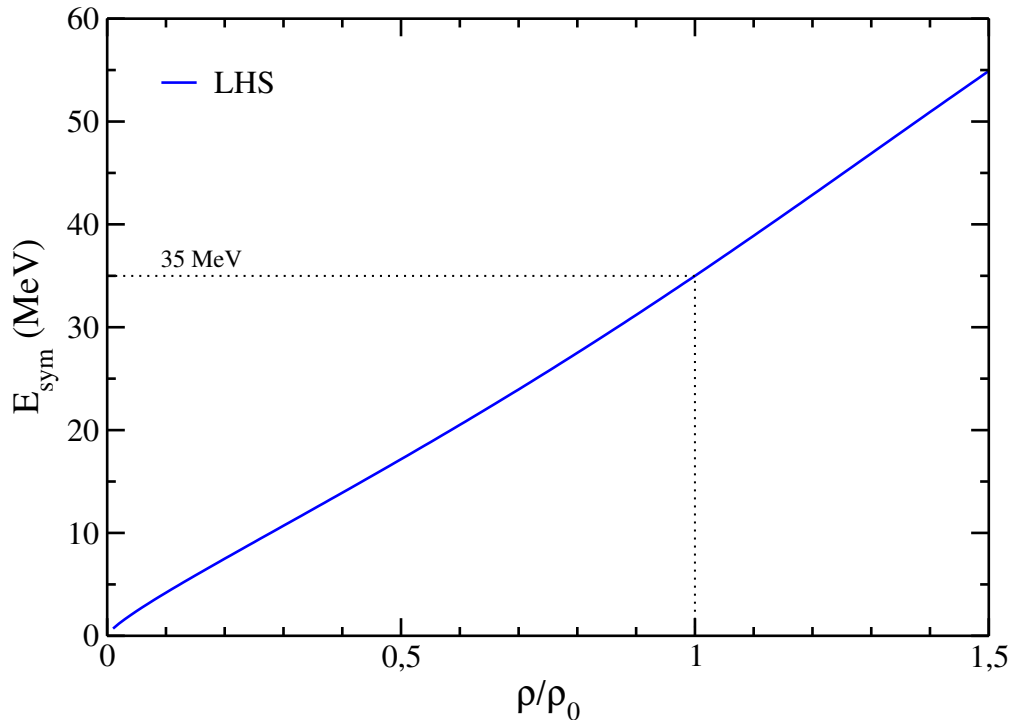


FIGURA 2.3 – Energia de simetria em função da razão ρ/ρ_0 da parametrização LHS do modelo de Walecka.

$\rho = \rho_0$, definida aqui como $J \equiv E_{sym}(\rho_0)$, é $J = 35$ MeV para a parametrização LHS.

É importante também mencionar, como um último comentário deste capítulo, que ao longo dos anos surgiram diversas variações para o modelo de Walecka, algumas contendo auto-interações do campo σ , outras com auto-interações do campo ω_μ , interações cruzadas entre os campos dos mésons σ e ρ , ω e ρ e outras mais. O surgimento destas versões visou o aprimoramento da descrição de outras quantidades da matéria nuclear além da própria energia de ligação e densidade de saturação, que o modelo de Walecka ajusta (BOGUTA; BODMER, 1977). Por exemplo, a incompressibilidade da matéria nuclear dada por $K_0 \equiv K(\rho_0) = 9(\partial P/\partial \rho)_{\rho_0}$ é da ordem de 500 MeV para o modelo de Walecka e hoje em dia é consenso de que tal quantidade deve estar no intervalo entre 220 MeV e 260 MeV, veja a referência (Garg; Colò, 2018) por exemplo. Um estudo sobre um conjunto de várias destas versões aprimoradas do modelo de Walecka, e suas respectivas parametrizações, é encontrado na referência (DUTRA *et al.*, 2014).

3 Modelo holográfico (matéria nuclear simétrica)

Vimos no capítulo anterior como a matéria nuclear simétrica pode ser tratada a partir da QHD, abordagem que consiste no uso da teoria quântica de campos relativística na qual a interação entre os nucleons é mediada pela troca de mésons. Neste capítulo, voltaremos nossa atenção para a apresentação de um modelo holográfico usado recentemente para descrever a matéria nuclear simétrica (igual número de prótons e nêutrons). Antes de entrarmos nas definições deste modelo, discutiremos a seguir, em linhas gerais, as bases da conjectura AdS/CFT e posteriormente alguns fundamentos da correspondência AdS/QCD, que por sua vez é construída a partir dos modelos “Hard Wall”, “Soft Wall” ou “Dynamical Soft Wall”, este último sendo a base do modelo holográfico objeto de estudo deste e do próximo capítulo.

3.1 Conceitos iniciais

Antes de abordarmos a conjectura AdS/CFT, primeiramente daremos um panorama geral do que são as siglas envolvidas e o que elas significam. Do lado direito, CFT significa “Conformal Field Theory” (Teoria de Campos Conforme) (QUALLS, 2015). Por definição, uma teoria de campos conforme é uma teoria quântica de campos que apresenta a chamada invariância conforme, que apresenta como característica a invariância sob transformações de escala, transformações estas que reescalam alguma região do espaço-tempo. Com um exemplo simples, mostramos na figura 3.1 como a transformação $x \rightarrow \lambda x$ altera o raio r_1 para r_2 e o comprimento de arco S_1 para S_2 , mantendo, porém, o ângulo $\theta = S_1/r_1 \rightarrow S_2/r_2 = \theta$ inalterado.

A equação de Dirac para férmions sem massa e as equações de Maxwell (todas em 4 dimensões) são exemplos de equações invariantes sobre transformações de escala. A interpretação física para este fato é devida à ausência de massa nessas equações. No caso das equações de Maxwell, o fóton descrito é também um objeto sem massa, o que significa que não há escalas de energia ou, equivalentemente, escalas de comprimento associadas.

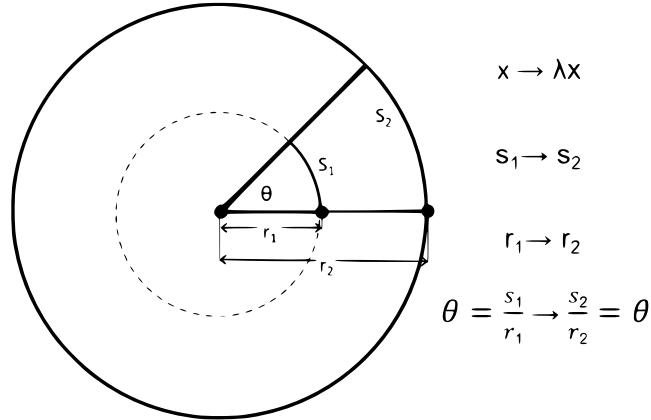


FIGURA 3.1 – Figura ilustrativa sobre como a reescala de distâncias ($r_1 \rightarrow r_2$, $S_1 \rightarrow S_2$) preserva o ângulo θ .

Teorias conformes também descrevem os chamados pontos críticos em sistemas que apresentam transição de fase. Nesses sistemas, pode-se definir o chamado comprimento de correlação, grandeza que indica o quão correlacionados são seus graus de liberdade. Sabe-se que tal comprimento de correlação diverge à medida que o sistema se aproxima do seu ponto crítico (ponto crítico da transição líquido-gás da água, por exemplo), sendo portanto perdida qualquer informação sobre a escala, o que faz com que o sistema se torne invariante conforme.

O lado esquerdo da sigla AdS/CFT significa “Anti-de Sitter”. Para entender o que isto significa, é preciso remeter o leitor às equações de Einstein, ou seja, equações da Relatividade Geral (RG) (GASPERINI; SABBATA, 1986), que podem ser identificadas como uma generalização para espaços quadridimensionais (espaço-tempo) da Equação de Poisson, $\nabla^2\phi = 4\pi G\rho$, relação entre a densidade de matéria (ρ) e o potencial gravitacional (ϕ). Generalizando ρ para o tensor momento-energia $T_{\mu\nu}$ e sabendo que na RG o tensor métrico $g_{\mu\nu}$ faz as vezes do potencial gravitacional, constroem-se então as equações de Einstein dadas por $G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$ (G é a constante universal da gravitação e c é a velocidade da luz), com $G_{\mu\nu}$ dado em termos do tensor de Ricci, tensor este definido em termos dos símbolos de Christoffel, que por sua vez são determinados a partir de $g_{\mu\nu}$. Uma outra forma de se obter as equações de Einstein é a partir do princípio variacional, que leva também à interpretação de que elas são as equações de movimento para o tensor métrico. É possível também construir modelos cosmológicos compatíveis com a RG. Um deles é, inclusive, devido ao próprio Einstein, que inicialmente considerou o universo como homogêneo, isotrópico e estático (na época da formulação deste modelo a expansão acelerada do universo ainda não era conhecida). Para tal, Einstein introduziu a chamada constante cosmológica Λ em sua teoria da RG, generalizando suas equações para $G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}$. Em particular, as soluções das Equações de Einstein sem fonte ($T_{\mu\nu} = 0$) e para $\Lambda = 0$ levam a $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$, onde $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ é a métrica (ou tensor métrico) de Minkowski, ou seja, espaço plano. Se agora considerarmos $\Lambda > 0$, temos que as equações de Einstein

sem fonte ($T_{\mu\nu} = 0$) levam ao chamado espaço (curvo) de “de Sitter” (dS) e, para $\Lambda < 0$, o espaço curvo descrito é chamado de “Anti-de Sitter” (AdS).

3.2 Conjectura AdS/CFT

Agora que as siglas estão todas identificadas, podemos descrever a conjectura ou, equivalentemente, correspondência AdS/CFT. De maneira geral, ela trata da descrição de um mesmo sistema físico de duas formas completamente distintas. Mais especificamente, tal conjectura, proposta por Juan Maldacena (Maldacena, 1998), afirma que observáveis de uma Teoria de Cordas¹ do Tipo IIB em 10 dimensões podem ser mapeados em observáveis da Teoria Yang Mills² supersimétrica (D’HOKER; PHONG, 1999)³ (SYM) em 4 dimensões, com ambas teorias apresentando invariância conforme. Daí também justifica-se o termo “holografia”, já que se trata de um mapeamento dos graus de liberdade de uma teoria de N dimensões com os de uma teoria em um espaço de dimensão $D > N$. Das 10 dimensões da teoria do Tipo IIB ($\text{AdS}_5 \times S_5$), 5 formam um espaço Anti-de Sitter (AdS_5) e as outras 5 formam uma esfera (S_5 , também chamado de espaço interno). Ainda, no limite de baixas energias e pequenas curvaturas a teoria Tipo IIB torna-se uma teoria de gravitação, chamada de teoria de supergravidade (Sugra), de tal forma que sua ação pode ser aproximada por uma ação clássica. Mais especificamente, a correspondência AdS/CFT é representada pela seguinte correspondência entre operadores e campos:

$$\underbrace{Z_{\text{Sugra}}[\phi_0(\vec{x})]}_{\text{AdS}} = e^{-I_S[\phi(\vec{x},z)]|_{\phi(\vec{x},0)=\phi_0(\vec{x})}} = \underbrace{\left\langle e^{\int d^4x \phi_0(\vec{x}) \mathcal{O}(\vec{x})} \right\rangle}_{\text{CFT}}, \quad (3.1)$$

ou seja, o valor esperado do funcional gerador na teoria conforme de campos (lado direito da Eq. 3.1) é igual à função de partição da teoria de supergravidade (lado esquerdo da Eq. 3.1, com I_S sendo a ação desta teoria). Note que no lado esquerdo há um campo que se propaga em 5 dimensões⁴, $\phi(\vec{x}, z)$, e no lado direito há um campo que se propaga em 4 dimensões, $\phi_0(\vec{x})$, com $\phi_0(\vec{x}) = \phi(\vec{x}, 0)$. Além disso, a correspondência também estabelece outros mapeamentos. Por exemplo, o operador $\mathcal{O}(\vec{x})$ tem uma dimensão conforme Δ . O mapeamento que relaciona a dimensão deste operador com o campo escalar $\phi(\vec{x}, z)$ é dado por

$$\phi \rightarrow z^\Delta \quad (3.2)$$

¹A Teoria de Cordas é uma unificação de todas as interações da natureza. Em particular, ela unifica a Relatividade Geral e a Mecânica Quântica, veja, por exemplo, a referência (BEDFORD, 2011) para uma revisão sobre o assunto.

²Teoria não abeliana que descreve as interações das partículas elementares (bósons especificamente). Veja a referência (JACKIW, 1980) para uma revisão sobre esta teoria.

³A supersimetria mapeia partículas e campos de spin inteiro (bósons) em partículas e campos de spin semi-inteiro (férmions), e vice-versa.

⁴ $\vec{x} : x^1, x^2, x^3, x^4$ e z (dimensão holográfica).

no limite $z \rightarrow 0$ e quando considera-se apenas o campo ϕ no espaço AdS_5 (sem interação com outros campos). Perceba então que as duas teorias não são completamente independentes. Nesse caso em particular, a dimensão conforme Δ determina o comportamento assintótico do campo ϕ . Ainda, associa-se também uma massa m_5 para o campo escalar ϕ , escolhida de tal forma a se obter o correto comportamento assintótico mencionado acima. Nesse caso, a massa m_5 deve ser tal que

$$m_5^2 \sim \Delta(\Delta - 4), \quad (3.3)$$

ou seja, há uma relação direta entre a massa associada ao campo ϕ e a dimensão conforme.

3.3 Correspondência AdS/QCD

A conjectura proposta por Maldacena estabelece uma correspondência entre teorias conformes, ou seja, com invariância de escala. A métrica do espaço AdS_5 apresenta esta invariância assim como a teoria SYM. Se quisermos substituir esta última teoria pela QCD (teoria das interações fundamentais que trata quarks e glúons como partículas elementares), então naturalmente surge um problema: a QCD não é invariante por transformações de escala⁵. Pelo contrário, ela apresenta uma escala natural de energia $\Lambda_{\text{QCD}} \sim 300 \text{ MeV}$, que equivalentemente corresponde a uma escala de tamanho, o que quebra portanto a invariância conforme. Dessa forma, não seria possível estabelecer uma correspondência análoga, chamada nesse caso de correspondência AdS/QCD, e assim fazer um mapeamento entre os observáveis da Teoria de Cordas Tipo IIB e os observáveis da QCD. No entanto, sabe-se que a QCD em altas energias exibe a chamada liberdade assintótica, que faz com que os acoplamentos entre quarks e glúons desapareçam, não havendo mais escalas e, conseqüentemente, levando a QCD a se comportar como uma teoria conforme. Nesta situação em particular, a correspondência com a QCD estaria garantida já que os dois lados apresentariam invariância de escala. Diante deste cenário, a correta correspondência AdS/QCD deveria levar em conta no lado da teoria que envolve o espaço AdS uma maneira de quebrar a invariância de escala no regime de baixas energias da QCD, regime no qual verifica-se o confinamento. Há duas abordagens diferentes que apontam nesta direção: os modelos “Hard Wall” e “Soft Wall”.

O modelo Hard Wall (POLCHINSKI; STRASSLER, 2002) “corta” o espaço AdS_5 introduzindo um cut-off na dimensão z dado por $z_m = \Lambda_{\text{QCD}}^{-1}$, o que leva o modelo a exibir uma escala, quebrando portanto a invariância conforme. Nesse caso específico, a função de onda deste espaço vai a zero nesse ponto, caso análogo à Mecânica Quântica usual

⁵Note que invariância de escala e transformação de escala não são sinônimos, ou seja, invariância de escala é uma característica de uma teoria conforme.

quando resolvida para um poço infinito. Esse modelo consegue apresentar confinamento, mas as trajetórias de Regge (Collins, 2009) não são reproduzidas⁶. Outra forma de se quebrar a invariância conforme no espaço AdS₅ é a partir do modelo Soft Wall (KARCH *et al.*, 2006), no qual a escala da QCD é introduzida a partir de um campo escalar, chamado de dilaton e dependente de z , $\varphi(z)$, que faz com que as trajetórias de Regge sejam reproduzidas. No entanto, essa abordagem ainda apresenta dois problemas: o confinamento não é verificado, e o modelo AdS₅ + dilaton não apresenta soluções para as equações de Einstein. Tais deficiências do modelo Soft Wall foram resolvidas no modelo chamado “Dynamical Soft Wall”, proposto nas referências (PAULA, 2010; PAULA *et al.*, 2009), no qual o dilaton também é utilizado mas em vez de se usar o espaço AdS₅, uma métrica modificada é usada com a condição de que a métrica do espaço AdS₅ seja recuperada no limite de altas energias. A métrica usada neste modelo é modificada em relação à métrica do espaço AdS₅,

$$g_{\mu\nu} = \frac{R^2}{z^2} \eta_{\mu\nu}, \quad (3.4)$$

da seguinte forma

$$g_{\mu\nu} = e^{-2A(z)} \eta_{\mu\nu}, \quad (3.5)$$

com R sendo o raio do espaço AdS₅. A função $A(z)$ é chamada de fator “warp”. Note que para $A(z) = \log(z/R)$ a métrica dada na Eq. (3.4) é recuperada.

3.4 Modelo holográfico MHD

Usando a abordagem proposta no modelo Dynamical Soft Wall descrito acima, os autores do trabalho da referência (de Paula *et al.*, 2020) propuseram a construção de um modelo holográfico capaz de descrever a matéria nuclear simétrica. Para alcançar este objetivo, algumas considerações foram feitas. A primeira delas é inclusão dos campos associados aos mésons σ e ω na ação do modelo AdS₅ deformado + dilaton, dada por

$$S = \int d^4x dz \sqrt{g} e^{-\varphi(z)} \bar{\Psi}(\vec{x}, z) [i\Gamma^M (D_M - g_\omega \omega_M) - m_5^*(\sigma)] \Psi(\vec{x}, z), \quad (3.6)$$

na qual $\Psi(\vec{x}, z)$ é o campo que representa o nucleon, φ é o campo do dilaton e $m_5^*(\sigma)$ é a massa efetiva 5-dimensional que agora é feita dependente do campo σ . A métrica

⁶A trajetória de Regge é o gráfico do quadrado da massa de uma partícula (ou família de partículas) em função do número quântico associado ao seu momento angular orbital.

deformada é mesma dada na Eq. (3.5), com o fator warp dado por

$$A(z) = -\log\left(\frac{R}{z} + \frac{\lambda^2 z}{R}\right), \quad (3.7)$$

e $g = \det(g_{\mu\nu})$. A Eq. (3.6) acima é a ação escrita no espaço-tempo curvo, no qual a álgebra spinorial é diferente. As matrizes Γ^M , a derivada D_M e outros elementos deste espaço-tempo são mostrados no Apêndice.

A interpretação dada ao modelo descrito acima é a de que ele representa o nucleon com sua dinâmica interna. Esta é uma abordagem inspirada nos modelos QMC (quark-meson-coupling) e MQMC (modified quark-meson-coupling), propostos originalmente nas referências (GUICHON, 1988) e (FREDERICO *et al.*, 1989; BATISTA *et al.*, 2002), respectivamente, nos quais os quarks presentes na estrutura interna do nucleon interagem diretamente com os mésons σ e ω . Ainda, a dependência proposta em (de Paula *et al.*, 2020) para a massa m_5^* é a dada a seguir

$$m_5^*(\sigma) = m_5 e^{-\sigma/\sigma_0}, \quad (3.8)$$

onde σ_0 é uma constante e m_5 é a massa 5-dimensional no vácuo, ou seja, $m_5^*(\sigma = 0)$. Note que para valores baixos de σ , temos que $m_5^* \simeq m_5 - g_\sigma \sigma$, onde $g_\sigma = m_5/\sigma_0$, assim como nos modelos QMC e MQMC.

Nesta teoria considera-se também a aproximação de campo médio para os campos σ e ω_M , ou seja, faz-se $\sigma \rightarrow \langle \sigma \rangle \equiv \sigma$ e $\omega_M \rightarrow \langle \omega_M \rangle = \omega_0 + i\omega_z$ na Eq. (3.6). Ainda, assume-se também a seguinte decomposição para o campo fermiônico,

$$\Psi(\vec{x}, z) = e^{\varphi(z)/2} \psi(\vec{x}, z) = e^{\varphi(z)/2} \left[\frac{1 + \gamma^5}{2} F_+(z) + \frac{1 - \gamma^5}{2} F_-(z) \right] \psi_4(\vec{x}), \quad (3.9)$$

onde

$$F_\pm(z) \equiv f_\pm(z) e^{-g_\omega \omega_z + 2A(z)}, \quad (3.10)$$

com ψ_4 satisfazendo a equação de Dirac em 4 dimensões dada por

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - \gamma^0 g_\omega \omega_0 - M^*) \psi_4 = 0, \quad (3.11)$$

onde M^* é a massa do nucleon. Tomando-se o princípio variacional na ação dada em (3.6) e usando as expressões (3.9), (3.10) e (3.11), chega-se na seguinte equação

$$-\frac{d^2}{dz^2} [f_\pm(z)] + V^*(z) f_\pm(z) = M^{*2} f_\pm(z), \quad (3.12)$$

com

$$V^*(z) = m_5^*(\sigma) e^{-A(z)} \left[m_5^*(\sigma) e^{-A(z)} \mp \frac{dA(z)}{dz} \right]. \quad (3.13)$$

Esta é uma equação de autovalores (M^{*2}) e autovetores (f_{\pm}) cuja solução fornece

$$M^* = 2\frac{\lambda}{R}\sqrt{m_5 R e^{-\frac{\sigma}{\sigma_0}} \left(m_5 R e^{-\frac{\sigma}{\sigma_0}} + \frac{1}{2} \right)}. \quad (3.14)$$

Aqui vemos como o modelo modifica a massa efetiva do nucleon em comparação com a dada pelo modelo de Walecka (veja a Eq. (2.11)). A massa do nucleon no vácuo é dada por

$$M = M^*(\sigma = 0) = 2\frac{\lambda}{R}\sqrt{m_5 R \left(m_5 R + \frac{1}{2} \right)}. \quad (3.15)$$

A partir deste ponto, a construção das equações de estado do modelo para a matéria simétrica ($y = 0,5$) se dá ao levarmos em conta que a dinâmica do nucleon também é governada pelo modelo de Walecka descrito pela densidade lagrangiana dada na Eq. (2.1) sem os termos que incluem o méson ρ . Com isso, a densidade de energia e pressão do modelo são as mesmas dadas pelas Eqs. (2.30) e (2.34), mas com M^* dado na Eq. (3.14). Para $y = 0,5$ tais expressões são dadas por

$$\varepsilon = \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}G_\omega^2\rho^2 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_F} k^2 (k^2 + M^{*2})^{1/2} dk \quad (3.16)$$

e

$$P = -\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}G_\omega^2\rho^2 + \frac{\gamma}{6\pi^2} \int_0^{k_F} \frac{k^4 dk}{(k^2 + M^{*2})^{1/2}}, \quad (3.17)$$

com $\rho = (\gamma/6\pi^2)k_F^3$ e $\gamma = 4$. O campo σ é dado pela mesma expressão (2.20), mas com g_σ construído como na Eq. (2.32), ou seja,

$$g_\sigma = -\frac{\partial M^*}{\partial \sigma} = \frac{\lambda m_5}{2\sigma_0} \frac{e^{-\sigma/\sigma_0} + 4m_5 R e^{-2\sigma/\sigma_0}}{\sqrt{m_5 R e^{-\sigma/\sigma_0} (m_5 R e^{-\sigma/\sigma_0} + 1/2)}} = \frac{M^2 (e^{-\sigma/\sigma_0} + 4m_5 R e^{-2\sigma/\sigma_0})}{4\sigma_0 M^* (m_5 R + 1/2)}. \quad (3.18)$$

Note que agora tal acoplamento não é mais constante como no caso do modelo de Walecka, já que se observa explicitamente uma dependência no campo σ .

Para calcular a densidade de energia e pressão, dadas nas equações acima, é preciso ainda determinar as constantes do modelo. A primeira é relacionada com a massa 5-dimensional e é fixada em $m_5 R = 1$ (relacionado à dimensão conforme para o nucleon). Já a constante $2\lambda/R$ que aparece na expressão para a massa efetiva, Eq. (3.14), é obtida diretamente da imposição de que a massa do nucleon no vácuo seja conhecida. A partir da Eq. (3.15) fixa-se $M = 939$ MeV o obtém-se

$$2\frac{\lambda}{R} = \frac{M}{\sqrt{m_5 R (m_5 R + 1/2)}} = \frac{M}{\sqrt{3/2}} = 767 \text{ MeV}. \quad (3.19)$$

As demais constantes são σ_0 e G_ω^2 e são obtidas pela imposição de que na densidade de saturação, dada por $\rho_0 = 0,15 \text{ fm}^{-3}$ (de Paula *et al.*, 2020), o modelo apresente um mínimo na energia por partícula, com este valor considerado como sendo $B_0 = -15,6 \text{ MeV}$ (de Paula *et al.*, 2020). Tal condição é satisfeita ao se fazer

$$\frac{\varepsilon(\rho_0)}{\rho_0} - M = B_0 \quad (3.20)$$

e

$$P(\rho_0) = 0, \quad (3.21)$$

que leva a $\sigma_0 = 96 \text{ MeV}$ e $G_\omega^2 = 9,9 \times 10^{-5} \text{ MeV}^{-2}$. Ainda, é utilizado $m_\sigma = 550 \text{ MeV}$ (de Paula *et al.*, 2020) para a massa do méson σ . O modelo construído como explicado acima foi chamado de “medium Modified Holographic-hadron Dynamics (MHD)” pelos autores da referência (de Paula *et al.*, 2020).

Na figura 3.2 mostramos a energia por partícula do modelo MHD em comparação com a parametrização LHS do modelo de Walecka. Note que para $\rho/\rho_0 = 1$ a energia por par-

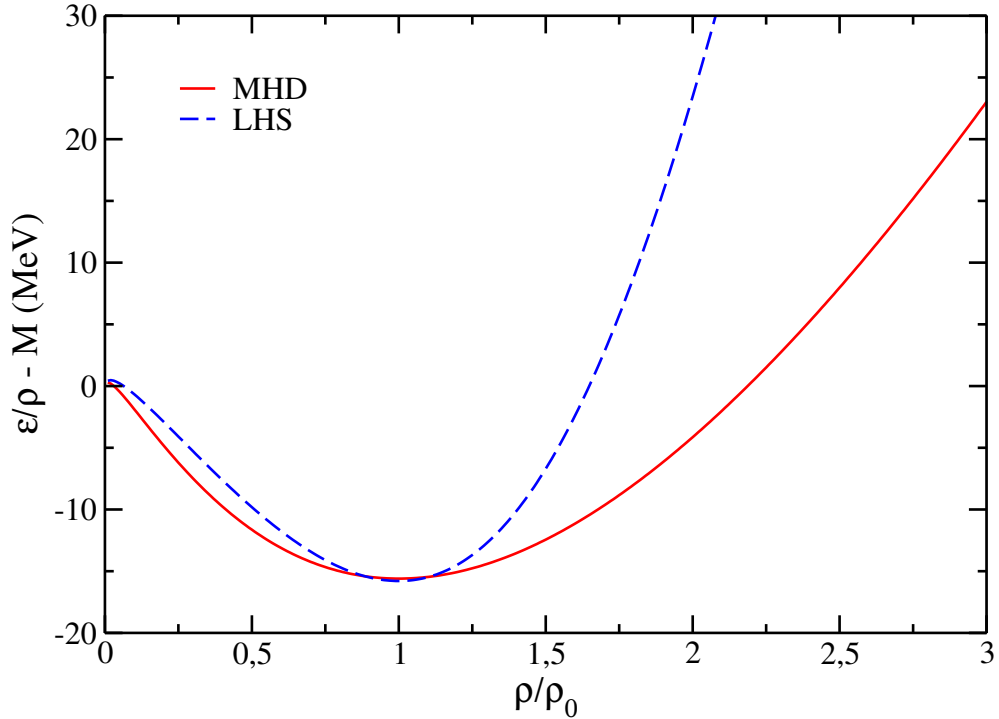


FIGURA 3.2 – Energia por partícula em função da razão ρ/ρ_0 do modelo MHD e da parametrização LHS do modelo de Walecka. Ambos para a matéria simétrica.

tícula do modelo MHD apresenta um mínimo, exatamente como imposto para o modelo. Nesse caso o valor da energia no ponto mínimo é bem próximo ao valor apresentado pela parametrização LHS. A partir deste ponto os modelos começam a se diferir bastante. Na figura seguinte, mostramos o comportamento da massa efetiva dividida pela massa de re-

pouso também comparando a curva do modelo MHD com a da parametrização LHS. Veja

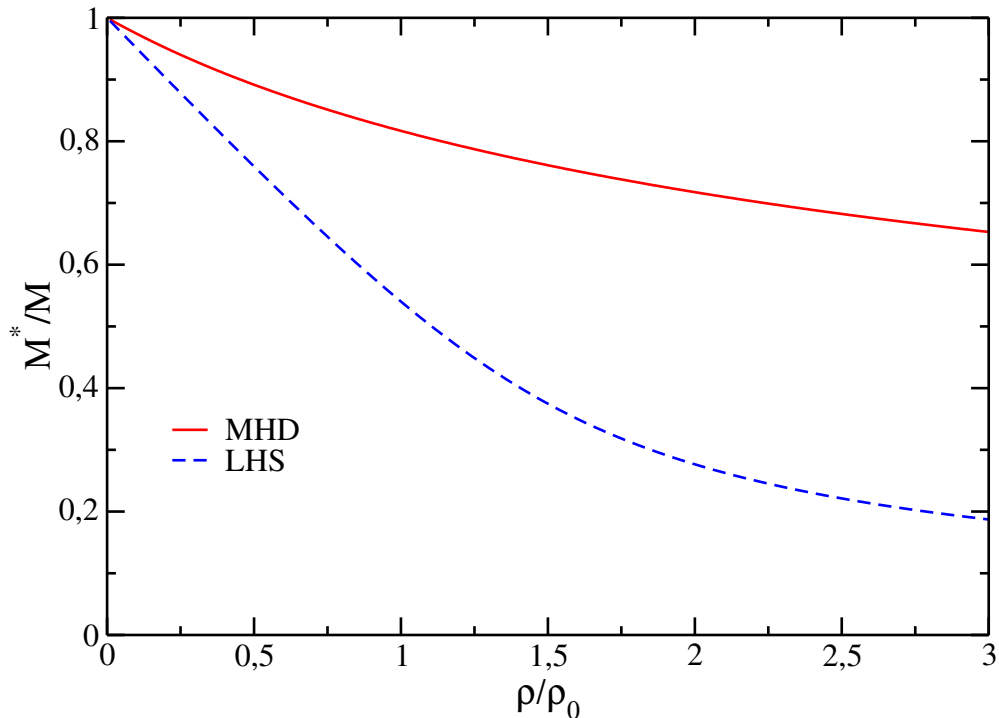


FIGURA 3.3 – Massa efetiva dividida por M em função de ρ/ρ_0 do modelo MHD e da parametrização LHS do modelo de Walecka. Ambos para a matéria simétrica.

que esta quantidade se mostra bastante diferente entre os modelos, mesmo para baixas densidades. Em particular, para $\rho = \rho_0$ o modelo MHD apresenta o valor de 0,82 para a razão M^*/M , em contraste com o valor de 0,54 para o modelo LHS. Na figura 3.4 mostramos o comportamento da pressão do modelo MHD novamente comparando-o ao modelo LHS. Nesta figura também é mostrada uma região cinza⁷ dada na referência (Danielewicz *et al.*, 2002) que é bastante usada na literatura para classificar “bons” modelos hadrônicos. Veja que o modelo MHD satisfaz esse vínculo em toda região, ao contrário do modelo LHS, que está acima da faixa para toda região de densidades.

Como um último comentário, ressaltamos que a incompressibilidade do modelo MHD, obtida através de $K_0 \equiv K(\rho_0) = 9(\partial P/\partial \rho)_{\rho_0}$, é dada por $K_0 = 253,7$ MeV, bem diferente do valor obtido pelo modelo LHS, dado por $K_0 = 548,1$ MeV. Isso mostra que o modelo MHD satisfaz também este vínculo para K_0 , que deve estar no intervalo $220 \text{ MeV} \leq K_0 \leq 260 \text{ MeV}$, de acordo com a literatura recente (Garg; Colò, 2018).

⁷Região obtida a partir da análise das colisões de íons pesados.

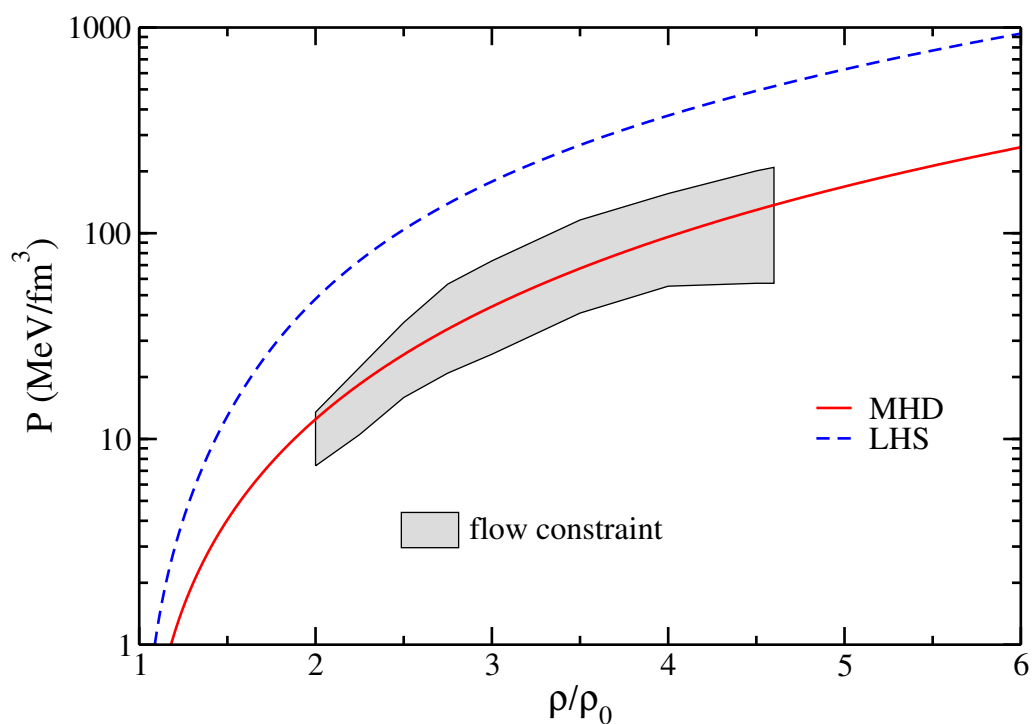


FIGURA 3.4 – Pressão em função de ρ/ρ_0 do modelo MHD e da parametrização LHS do modelo de Walecka. Ambos para a matéria simétrica. A região cinza foi estabelecida na referência (Danielewicz *et al.*, 2002).

4 Modelo holográfico (matéria nuclear assimétrica)

Neste capítulo trataremos da generalização do modelo MHD para a descrição também da matéria assimétrica, ou seja, número de prótons diferente do número de nêutrons, ou equivalentemente, $y \neq 0,5$. Apresentaremos as previsões do modelo para a matéria nuclear e também para a matéria estelar. Antes, porém, é preciso entender como é feita a implementação desse aprimoramento. Isso será mostrado logo a seguir.

4.1 Generalização para matéria assimétrica

O ponto de partida para o aprimoramento do modelo MHD na direção da descrição da assimetria do sistema é a inclusão do campo que representa o méson ρ , último termo presente na Eq. (2.2), na ação do modelo AdS₅ deformado + dilaton. Dessa forma, a ação generalizada torna-se

$$S = \int d^4x dz \sqrt{g} e^{-\varphi(z)} \bar{\Psi}(\vec{x}, z) \left[i\Gamma^M \left(D_M - g_\omega \omega_M - \frac{g_\rho}{2} \rho_M^{\vec{\tau}} \right) - m_5^*(\sigma) \right] \Psi(\vec{x}, z), \quad (4.1)$$

para $g_{\mu\nu} = e^{-2A(z)} \eta_{\mu\nu}$ e com as mesmas definições de $A(z)$ e $m_5^*(\sigma)$ dadas nas Eqs. (3.7) e (3.8), respectivamente. A aproximação de campo médio fornece novamente $\sigma \rightarrow \langle \sigma \rangle \equiv \sigma$ e $\omega_M \rightarrow \langle \omega_M \rangle = \omega_0 + i\omega_z$ e para o novo campo $\rho_M^{\vec{\tau}} \rightarrow \langle \rho_M^{\vec{\tau}} \rangle = \bar{\rho}_0 + i\bar{\rho}_z$. O princípio variacional para esta ação fornece a equação de movimento dada por

$$\left[i\Gamma^M D_M - g_\omega (\Gamma^0 \omega_0 + i\Gamma^z \omega_z) \mp \frac{g_\rho}{2} (\Gamma^0 \bar{\rho}_0 + i\Gamma^z \bar{\rho}_z) - m_5^*(\sigma) \right] \Psi(\vec{x}, z) = 0, \quad (4.2)$$

com o sinal negativo para prótons e positivo para nêutrons. Considera-se novamente a decomposição dada na Eq. (3.9), mas com as funções F_\pm dadas agora por

$$F_\pm(z) \equiv f_\pm(z) e^{-g_\omega \omega_z - \frac{g_\rho}{2} \bar{\rho}_z + 2A(z)} \quad (\text{prótons}), \quad F_\pm(z) \equiv f_\pm(z) e^{-g_\omega \omega_z + \frac{g_\rho}{2} \bar{\rho}_z + 2A(z)} \quad (\text{nêutrons}), \quad (4.3)$$

com ψ_4 satisfazendo a equação de Dirac em 4 dimensões dada agora por

$$\left(i\gamma^\mu \partial_\mu - \gamma^0 g_\omega \omega_0 \mp \gamma^0 \frac{g_\rho}{2} \bar{\rho}_0 - M^* \right) \psi_4 = 0, \quad (4.4)$$

com o sinal negativo para prótons e positivo para nêutrons.

Explicitamente, temos que o termo $i\Gamma^M D_M$ na Eq. (4.2) é dado por

$$i\Gamma^M D_M = i\Gamma^M \partial_M + \frac{1}{4} i\Gamma^M \omega_M^{ab} \sigma_{ab} \quad (4.5)$$

com $\sigma_{ab} = \frac{1}{2}(\gamma_a \gamma_b - \gamma_b \gamma_a)$, e a conexão de spin escrita como $\omega_M^{ab} = (\delta_M^a \delta_z^b - \delta_z^a \delta_M^b) A'(z)$. Logo, temos que

$$\begin{aligned} \Gamma^M \omega_{ab}^M \sigma_{ab} &= e_{a'}^M \gamma^{a'} \omega_M^{ab} \sigma_{ab} \\ &= \delta_{a'}^M e^{A(z)} \gamma^{a'} (\delta_M^a \delta_z^b - \delta_z^a \delta_M^b) A'(z) \frac{1}{2} (\gamma_a \gamma_b - \gamma_b \gamma_a) \\ &= \frac{1}{2} e^{A(z)} A'(z) [-\gamma^b \gamma_z \gamma_b + \gamma^a \gamma_a \gamma_z + \gamma^b \gamma_b \gamma_z - \gamma^a \gamma_z \gamma_a] \\ &= e^{A(z)} A'(z) [\gamma^a \gamma_a \gamma_z - \gamma^b \gamma_z \gamma_b], \end{aligned} \quad (4.6)$$

que pode ser ainda reescrito, usando $\gamma^a \gamma^b + \gamma^b \gamma^a = 2\eta^{ab}$, como

$$\begin{aligned} \Gamma^M \omega_{ab}^M \sigma_{ab} &= e^{A(z)} A'(z) [2\gamma^a \gamma_a \gamma_z - 2\gamma_z] \\ &= 8e^{A(z)} A'(z) \gamma_z \\ &= -8e^{A(z)} A'(z) \gamma^z, \end{aligned} \quad (4.7)$$

que finalmente leva a

$$\begin{aligned} i\Gamma^M D_M &= i\Gamma^M \partial_M + \frac{1}{4} i\Gamma^M \omega_M^{ab} \sigma_{ab} \\ &= ie_a^M \gamma^a \partial_M - 2ie^{A(z)} A'(z) \gamma^z \\ &= ie^{A(z)} \gamma^a \partial_a - 2e^{A(z)} A'(z) \gamma^5. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Com isso a Eq. (4.2) torna-se

$$\left[\gamma^a \partial_a + 2iA'(z) + ig_\omega (\gamma^0 \omega_0 + i\gamma^z \omega_z) \pm i\frac{g_\rho}{2} (\gamma^0 \bar{\rho}_0 + i\gamma^z \bar{\rho}_z) + ie^{-A(z)} m_5^*(\sigma) \right] \Psi(\vec{x}, z) = 0. \quad (4.9)$$

Usando agora as Eqs. (3.9), (4.3) e (4.4) na Eq. (4.9), chega-se exatamente na mesma equação de autovalores e autovetores dada na Eq. (3.12), que apresenta a mesma solução para M^* , ou seja, a dada pela Eq. (3.14).

4.2 Densidade de energia, pressão e energia de simetria

Uma vez identificado que a massa efetiva do modelo MHD generalizado para o caso $y \neq 0, 5$ permanece inalterada (ver Eq. (3.14)), é possível agora construir a densidade de energia e a pressão. Novamente, levando em conta que a dinâmica do nucleon é também determinada pelo modelo de Walecka agora generalizado para sistemas com assimetria não nula, temos que ε e P têm as mesmas formas dadas pelo modelo de Walecka para o caso da matéria assimétrica, ou seja,

$$\varepsilon = \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}G_\omega^2\rho^2 + \frac{1}{8}G_\rho^2\rho_3^2 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_{Fp}} k^2 (k^2 + M^{*2})^{1/2} dk + \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_{Fn}} k^2 (k^2 + M^{*2})^{1/2} dk, \quad (4.10)$$

e

$$P = -\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}G_\omega^2\rho^2 + \frac{1}{8}G_\rho^2\rho_3^2 + \frac{\gamma}{6\pi^2} \int_0^{k_{Fp}} \frac{k^4 dk}{(k^2 + M^{*2})^{1/2}} + \frac{\gamma}{6\pi^2} \int_0^{k_{Fn}} \frac{k^4 dk}{(k^2 + M^{*2})^{1/2}} \quad (4.11)$$

com $\rho_{p,n} = (\gamma/6\pi^2)k_{F_{p,n}}^3$, para $\gamma = 2$. Ainda, $\rho = \rho_p + \rho_n$ e $\rho_3 = \rho_p - \rho_n = (2y - 1)\rho$.

Note agora que uma constante adicional, G_ρ^2 , aparece nas equações. Ela pode ser obtida a partir da escolha para um valor da energia de simetria na densidade de saturação. Para fazer essa determinação, precisamos antes da expressão desta quantidade. No entanto, já foi mostrado que no modelo de Walecka essa expressão é dada por

$$E_{sym} = \frac{1}{2}\rho \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho_3^2} \right)_{\rho_3=0} = \frac{k_F^2}{6(k_F^2 + M^{*2})^{1/2}} + \frac{1}{8}G_\rho^2\rho, \quad (4.12)$$

obtida sem a necessidade de definição de M^* , ou seja, para o modelo MHD a expressão é exatamente a mesma, agora com M^* dado pela Eq. (3.14). Dessa forma, o valor de G_ρ^2 é determinado fazendo-se $J = E_{sym}(\rho_0)$ na expressão acima e definindo-se um valor para J .

Na figura 4.1 mostramos o comportamento da energia por partícula do modelo MHD generalizado em função de ρ/ρ_0 , tomando como energia de simetria, em $\rho = \rho_0$, o valor $J = 32$ MeV. Veja que para $y = 0, 5$ recuperamos o comportamento apresentado para a matéria simétrica, com o mínimo da curva em $\rho/\rho_0 = 1$ ocorrendo na energia de ligação definida para o modelo, no caso $B_0 = -15,6$ MeV. Note também que, conforme a fração de prótons diminui, a tendência é que esse mínimo desapareça. A variação de y já praticamente não influi na massa efetiva do modelo, como podemos verificar na figura 4.2. Este é um resultado que faz sentido, já que M^* dado na Eq. (3.14) não depende explicitamente da fração de prótons do sistema.

Na figura 4.3 mostramos a energia de simetria do modelo MHD em função de ρ/ρ_0 , obtida a partir da expressão dada pela Eq. (4.12). Novamente aqui fixamos G_ρ^2 de forma a reproduzir $J = 32$ MeV. Perceba que para $\rho/\rho_0 = 1$ o valor de E_{sym} é exatamente igual

a 32 MeV.

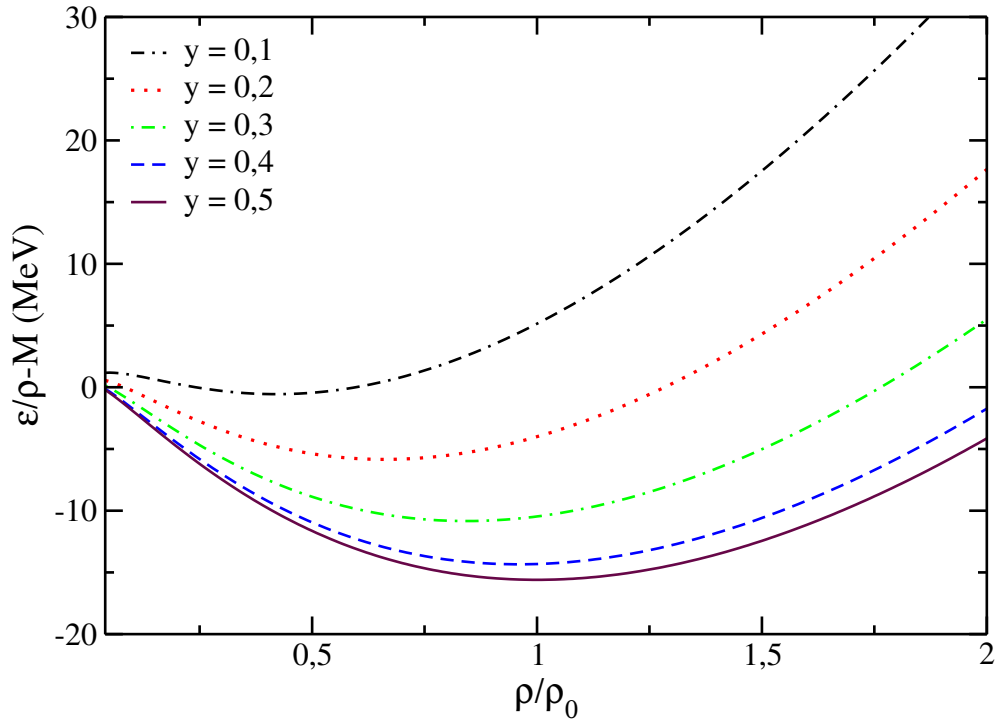


FIGURA 4.1 – Energia por partícula em função da razão ρ/ρ_0 do modelo MHD para diferentes valores de y . Valor de G_ρ^2 obtido fazendo-se $J = 32$ MeV.

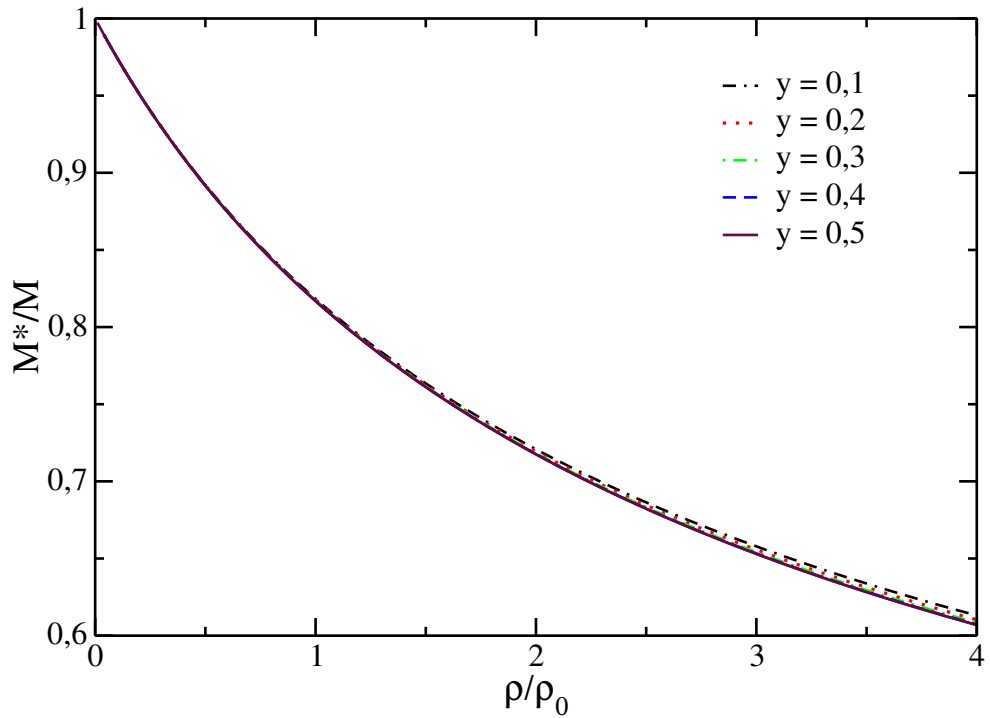


FIGURA 4.2 – Massa efetiva dividida por M em função de ρ/ρ_0 do modelo MHD para diferentes valores de y . Valor de G_ρ^2 obtido fazendo-se $J = 32$ MeV.

Também testamos o comportamento do modelo para a matéria pura de nêutrons (PNM), construindo a energia por partícula desse sistema, ou seja, para $y = 0$, tam-

bém em função de ρ/ρ_0 . Tal curva é mostrada na figura 4.4. Ressaltamos que o modelo é compatível com a região cinza dada na figura, extraída da referência (DUTRA *et al.*, 2014). Este foi um dos 11 vínculos utilizados pelos autores para selecionar os modelos hadrônicos coletados da literatura: 263 parametrizações de modelos relativísticos analisadas no total.

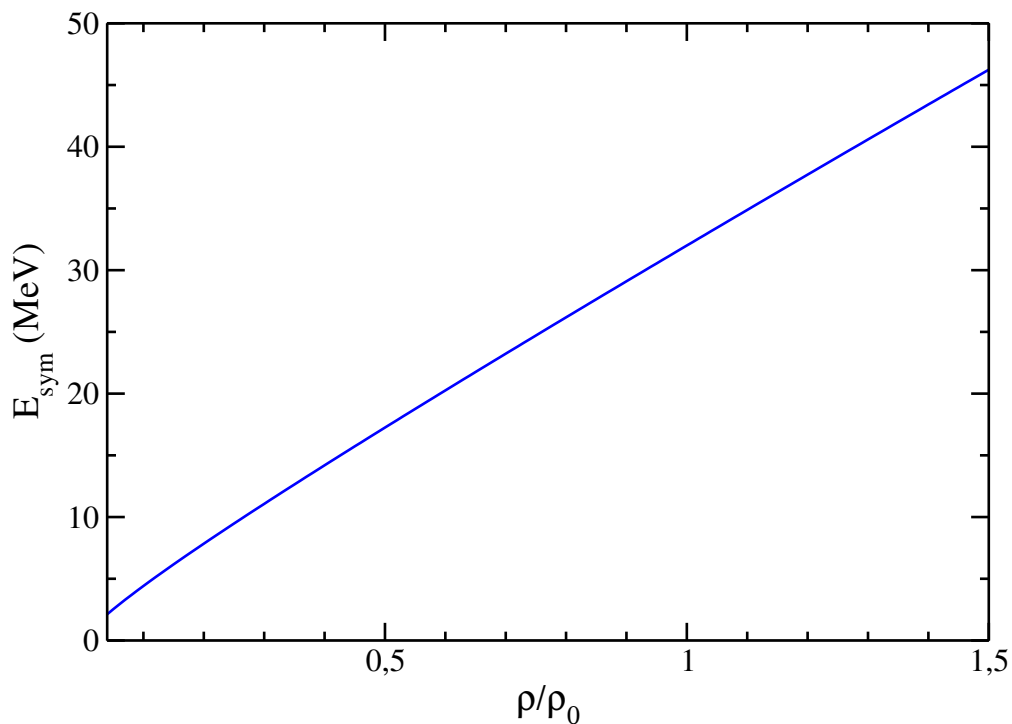


FIGURA 4.3 – Energia de simetria em função da razão ρ/ρ_0 do modelo MHD.

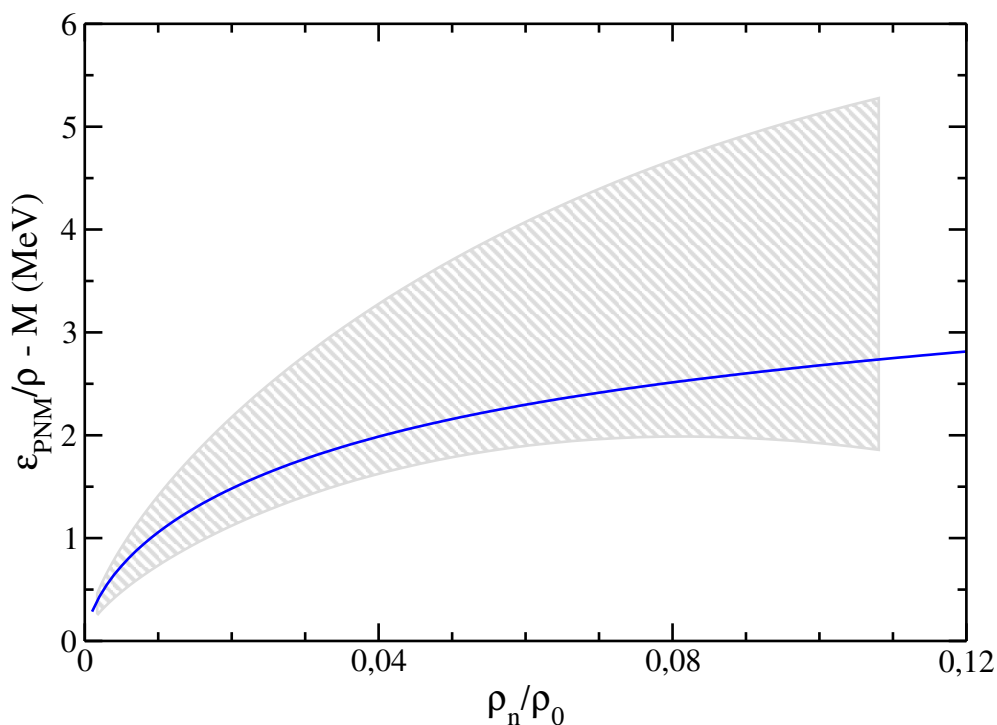


FIGURA 4.4 – Energia por partícula em função da razão ρ/ρ_0 do modelo MHD para a matéria pura de nêutrons, ou seja, $y = 0$. Faixa extraída da referência (DUTRA *et al.*, 2014).

4.3 Potenciais químicos

Como agora o modelo MHD está generalizado para a matéria assimétrica, é possível também determinar os potenciais químicos de prótons e de nêutrons. Como no modelo de Walecka vimos que as expressões finais para tais quantidades não dependiam da forma explícita de M^* , então para o modelo MHD μ_p e μ_n são também iguais aos do modelo de Walecka, ou seja, dados por

$$\mu_p = (k_{F_p}^2 + M^{*2})^{1/2} + G_\omega^2 \rho + \frac{1}{4} G_\rho^2 \rho_3 \quad (4.13)$$

e

$$\mu_n = (k_{F_n}^2 + M^{*2})^{1/2} + G_\omega^2 \rho - \frac{1}{4} G_\rho^2 \rho_3. \quad (4.14)$$

Essas duas expressões se igualam quando $y = 0,5$, ou seja, quando $\rho_3 = \rho_p - \rho_n = 0$. Na figura 4.5 mostramos μ_p e μ_n em função da razão ρ/ρ_0 . Veja que realmente $\mu_p = \mu_n$ para a matéria simétrica, ou seja, as curvas cheia e tracejada marrons são exatamente as mesmas.

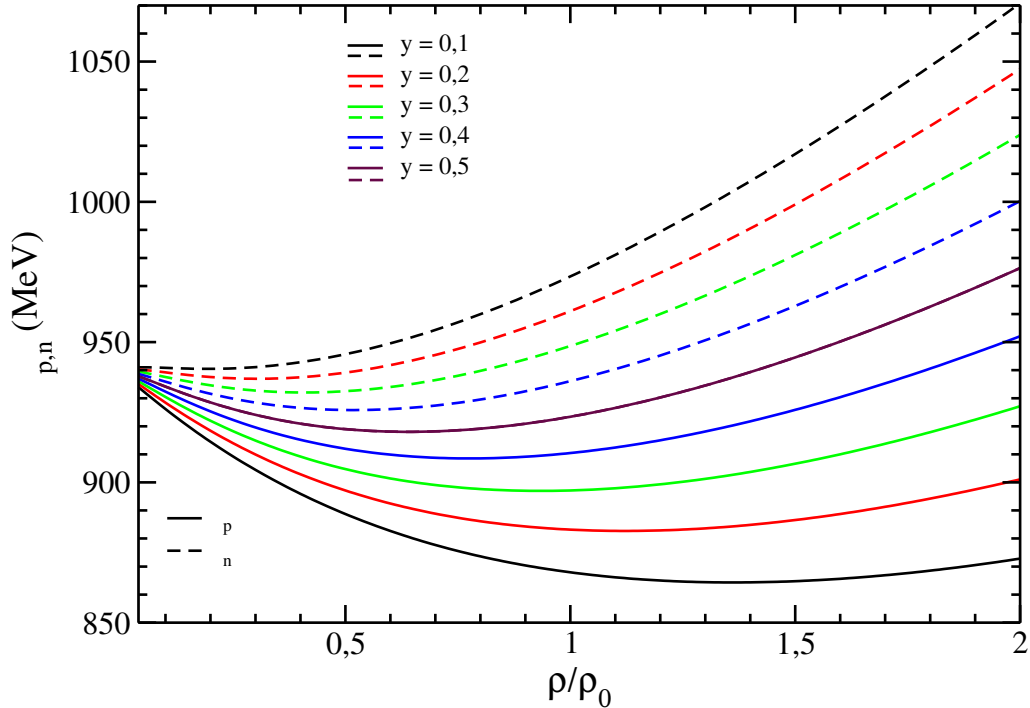


FIGURA 4.5 – μ_p e μ_n em função da razão ρ/ρ_0 do modelo MHD para diferentes valores de y . Valor de G_ρ^2 obtido fazendo-se $J = 32$ MeV.

4.4 Variação dos parâmetros

Até então mostramos como o modelo se comporta na matéria assimétrica com os parâmetros ajustados para reproduzir $\rho_0 = 0,15 \text{ fm}^3$, $B_0 = -15,6 \text{ MeV}$ e $J = 32 \text{ MeV}$. No entanto, é possível fazer variações nessas quantidades e verificar como isso afeta as quantidades apresentadas anteriormente. Como um primeiro estudo, variamos a energia de simetria no intervalo de $25 \text{ MeV} \leq J \leq 35 \text{ MeV}$, conjunto este de valores que engloba dados vindos de experimentos e também observações astrofísicas, como pode ser visto na referência (Li; Han, 2013) (este intervalo também foi usado como um dos vínculos estudados na referência (DUTRA *et al.*, 2014)). Na figura 4.6 mostramos o comportamento da energia de simetria do modelo MHD para valores de J dentro deste limite apresentado.

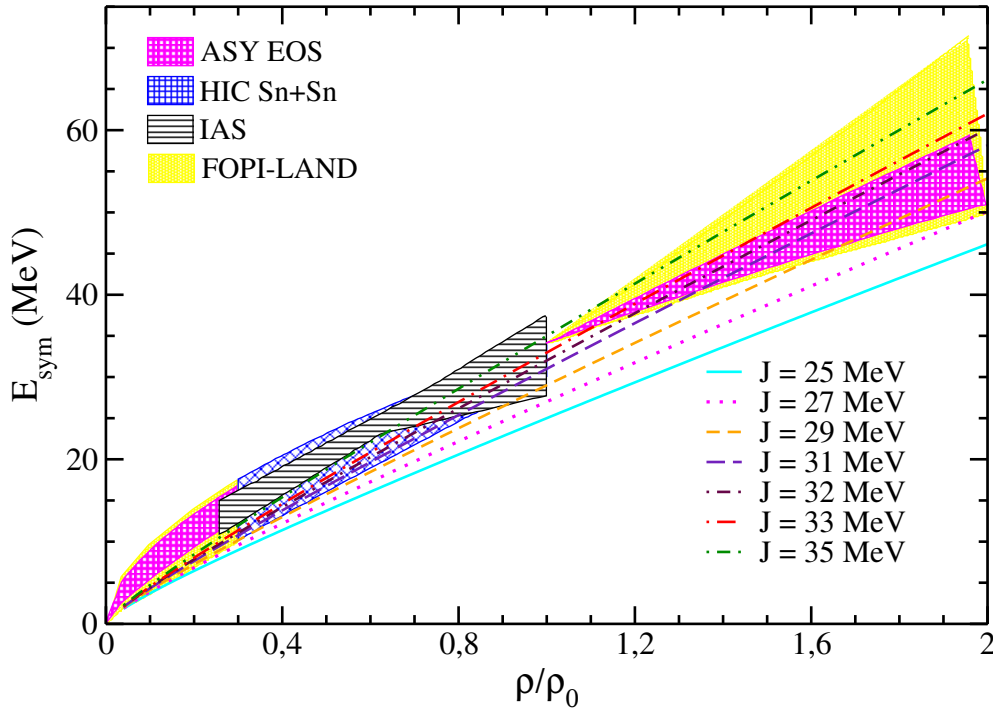


FIGURA 4.6 – Energia de simetria em função da razão ρ/ρ_0 do modelo MHD para diversos valores de J . Faixas extraídas da referência (RUSSOTTO *et al.*, 2016).

A partir desta figura podemos verificar que há valores para J que são compatíveis com as faixas mostradas, principalmente para densidades a partir de $0,8\rho_0$. Tais regiões foram construídas a partir da observação dos resultados vindos de experimentos de colisões de núcleos pesados, tais como o ^{197}Au por exemplo (RUSSOTTO *et al.*, 2016).

Outra quantidade que podemos também analisar aqui é o slope da energia de simetria, definido por

$$L = 3\rho \left(\frac{\partial E_{sym}}{\partial \rho} \right). \quad (4.15)$$

Especificamente na densidade de saturação temos $L_0 = L(\rho_0)$, e esta foi a grandeza calculada para cada valor de J escolhido anteriormente. O resultado está mostrado na

tabela 4.1 a seguir. Note que a variação de 2 MeV em J produz uma variação 6 MeV em

TABELA 4.1 – Valores de L_0 para cada parametrização do modelo MHD construída a partir da variação de J .

grandeza	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)
J	25	27	29	31	32	33	35
L_0	65,7	71,7	77,7	83,7	86,7	89,7	95,7

L_0 , indicando assim que L_0 cresce com J , nesse caso específico um crescimento linear. De fato uma relação desse tipo entre J e L_0 é verificada na literatura, como pode-se constatar nas referências (DRISCHLER *et al.*, 2020; LI *et al.*, 2021; SANTOS *et al.*, 2015), por exemplo.

Para a mesma variação em J de $25 \text{ MeV} \leq J \leq 35 \text{ MeV}$, mostramos na figura 4.7 que o vínculo na energia por partícula da matéria pura de nêutrons ainda é satisfeito para todo o regime de densidades analisado.

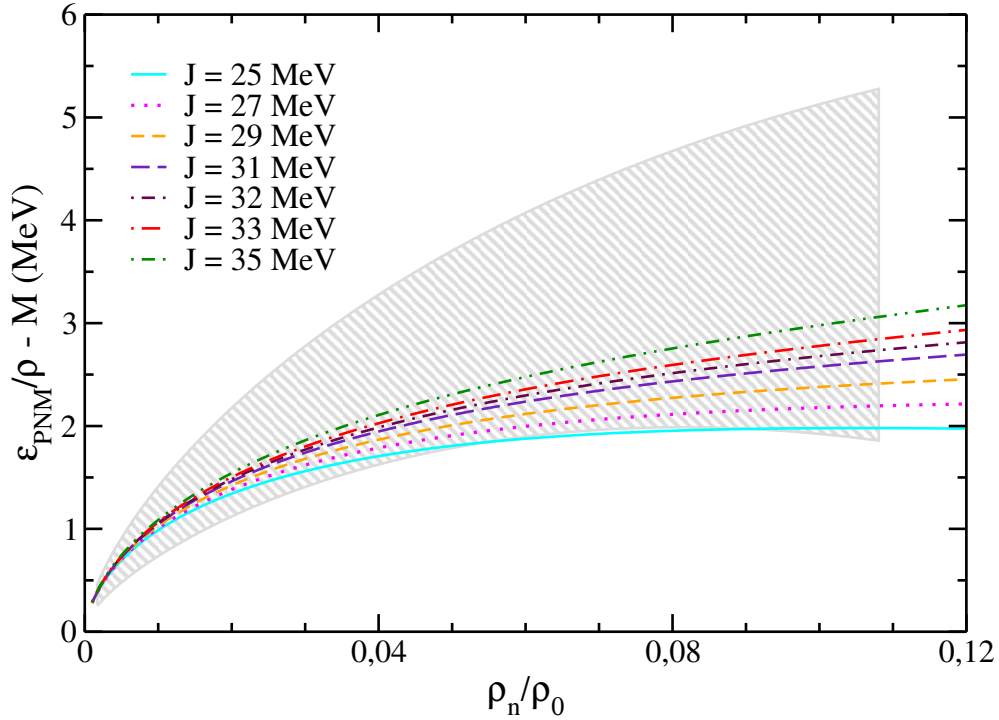


FIGURA 4.7 – Energia por partícula em função da razão ρ/ρ_0 do modelo MHD da matéria pura de nêutrons, ou seja $y = 0$, para diversos valores de J . Faixa extraída da referência (DUTRA *et al.*, 2014).

Outro estudo feito no modelo MHD foi a análise do impacto produzido pela variação da densidade de saturação e da energia de ligação. É sabido que estas duas quantidades são dadas por valores em torno de $\rho_0 = 0,15 \text{ fm}^{-3}$ e $B_0 = -16 \text{ MeV}$. No entanto, na literatura verifica-se também pequenas variações em torno desses números. Por exemplo, até então usamos $B_0 = -15,6 \text{ MeV}$ para o modelo MHD. Neste ponto permitiremos que tais quantidades assumam valores dentro dos seguintes intervalos: $0,14 \text{ fm}^{-3} \leq \rho_0 \leq 0,16 \text{ fm}^{-3}$ (HOROWITZ *et al.*, 2020) e $-17 \text{ MeV} \leq B_0 \leq -15 \text{ MeV}$. Um efeito direto

na mudança desses parâmetros é verificado no valor da incompressibilidade do modelo. Na figura 4.8 mostramos como essa grandeza varia em função de ρ_0 para alguns valores fixos de B_0 . Veja que para todos os valores de B_0 observamos uma pequena variação de

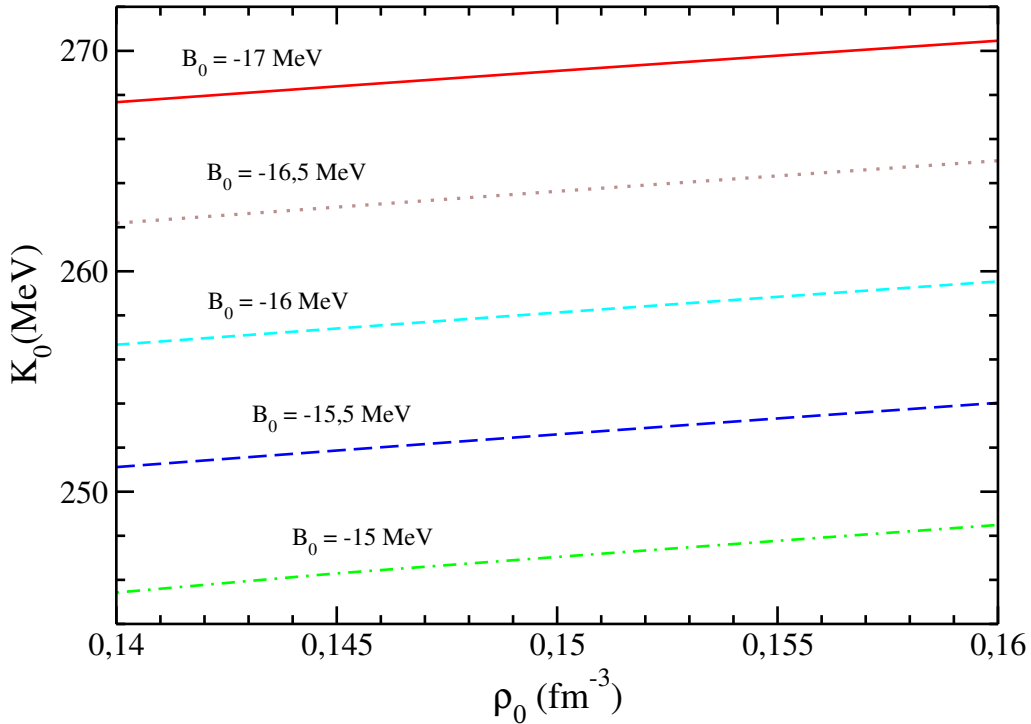


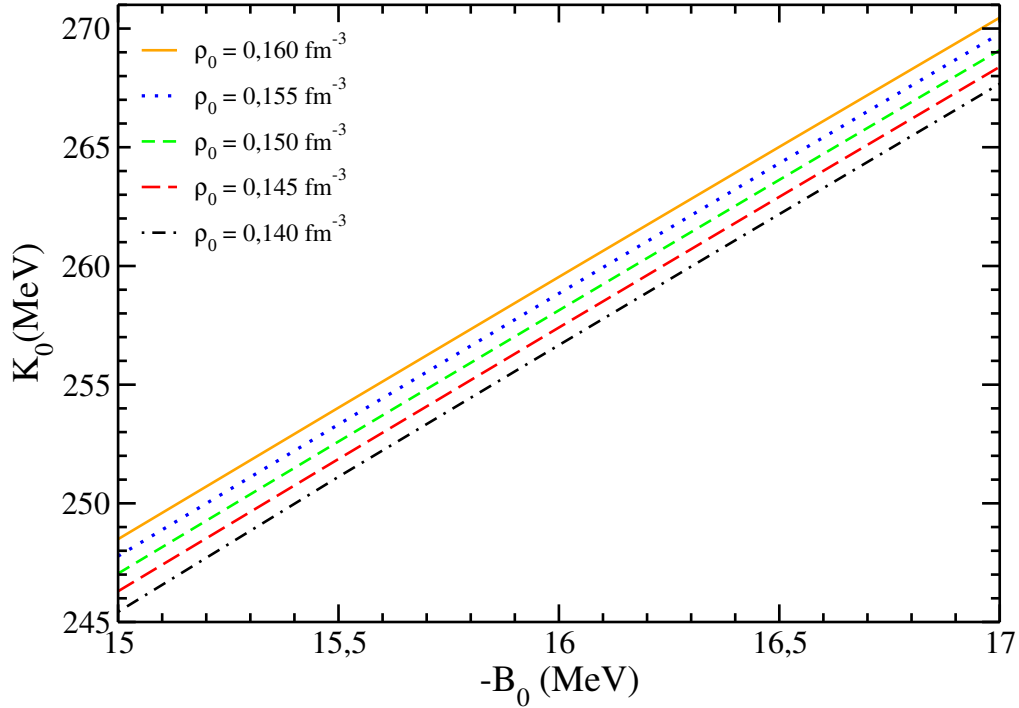
FIGURA 4.8 – K_0 em função de ρ_0 para o modelo MHD com B_0 fixo.

K_0 em função de ρ_0 de aproximadamente 3 MeV. Claramente esse não é o caso quando verificamos a variação de K_0 em função de B_0 para um valor fixo de ρ_0 . A figura 4.9 mostra esse resultado. Note que a variação nesse caso é bem maior e de aproximadamente 22 MeV. Essas variações em K_0 e em ρ_0 serão também usadas na próxima seção, na qual mostraremos como o modelo MHD generalizado pode também descrever a matéria estelar.

4.5 Aplicação em estrelas de nêutrons

Estrelas de nêutrons (GLENDEENING, 2000) são sistemas astrofísicos extremamente interessantes e úteis para o aprofundamento do conhecimento acerca das interações hadrônicas, uma vez que os dados observacionais disponíveis sobre tais objetos servem como vínculos usados para testar a capacidade dos modelos hadrônicos em reproduzi-los.

A ideia de uma estrela de nêutrons foi desenvolvida em 1934, quando levantaram a hipótese da sua existência. Os primeiros estudos sobre suas propriedades foram feitos por Baade e Zwicky (BAADE; ZWICKY, 1934), que promoveram as noções básicas sobre a formação de estrelas de nêutrons em suas investigações sobre evolução estelar e explosões de supernovas. Ao buscar uma explicação para a origem das estrelas de nêutrons, eles


 FIGURA 4.9 – K_0 em função de $-B_0$ para o modelo MHD com ρ_0 fixo.

propuseram que em explosões de supernova estrelas comuns são transformadas em estrelas formadas por nêutrons, extremamente compactas, as quais eles chamaram de estrelas de nêutrons.

Os estudos teóricos foram desenvolvidos apenas em 1939 quando Tolman (TOLMAN, 1939), Oppenheimer e Volkoff (OPPENHEIMER; VOLKOFF, 1939) conceberam os primeiros cálculos sobre suas propriedades, considerando que esses objetos seriam compostos por um gás denso de nêutrons livres, e propuseram que a massa máxima destas estrelas poderia ser de aproximadamente $0,7M_{\odot}$ (M_{\odot} é a massa do Sol). A partir de então, e por vários anos, pouco interesse foi demonstrado pelas estrelas de nêutrons, até a descoberta de pulsares de rádio em 1967 (HEWISH *et al.*, 2013). Com o objetivo de desenvolver mais pesquisas sobre fontes de rádio celestes, Hewish submeteu um projeto na Universidade de Cambridge onde desenvolveram um radiotelescópio. Bell Burnell (integrante do grupo de radioastrônomos de Hewish) identificou que um sinal regular apresentava o período de 1,3 segundos. A partir desses resultados, Pacini (PACINI, 1968) propôs a possível relação entre as estrelas de nêutrons e os pulsares.

Estrelas de nêutrons são objetos compactos que contêm matéria nuclear densa em seu interior. A composição de uma estrela de nêutrons é teoricamente prevista a partir de propriedades da matéria densa onde uma aproximação de temperatura zero é válida, ou seja, a energia de Fermi das partículas constituintes, que depende da densidade, excede a energia térmica. Conseqüentemente, quando a densidade não é alta, a composição do núcleo central de uma estrela é predominantemente de nêutrons (n) com apenas uma pe-

quena fração de prótons (p) e elétrons (e^-). Uma estrela de nêutrons pode ser subdividida em atmosfera e quatro regiões internas principais: a crosta externa, a crosta interna, o núcleo externo e o núcleo interno. Assim as propriedades das estrelas de nêutrons dependem principalmente da massa e da interação entre as partículas constituintes (HAENSEL *et al.*, 2007).

Algumas características das estrelas de nêutrons são bem conhecidas. São elas: possuem raio entre 11 km e 14 km, massa em torno de 2 massas solares, e campos magnéticos da ordem de 10^{11} T. A Via Láctea, por exemplo, contém bilhões de estrelas e apenas algumas milhares foram observadas. Além disso, esses números mostram que as estrelas são objetos altamente compactos, o que leva a matéria da qual são constituídas ser regida pela mecânica quântica e pela relatividade geral. A densidade dentro de uma estrela de nêutrons é da ordem de algumas vezes a densidade de saturação da matéria nuclear que, por sua vez, é aproximadamente a densidade dentro de um núcleo atômico.

Para a construção da chamada curva massa-raio de um conjunto de estrelas de nêutrons, é preciso resolver as equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) (TOLMAN, 1939; OPPENHEIMER; VOLKOFF, 1939) dadas por

$$\frac{dp(r)}{dr} = -\frac{[\epsilon(r) + p(r)][m(r) + 4\pi r^3 p(r)]}{r^2[1 - 2m(r)/r]}, \quad (4.16)$$

$$\frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2 \epsilon(r), \quad (4.17)$$

que descrevem o balanço entre a gravidade e pressão de degenerescência dos férmions que compõem a estrela¹. A solução para este conjunto de equações diferenciais é vinculado à condição de $p(0) = p_c$ (pressão central) e $m(0) = 0$ (massa nula no centro da estrela). Ainda, na superfície de cada estrela de raio R , temos que sua massa é dada por $m(R) \equiv M_{\text{star}}$ e vale citar que a condição de contorno na superfície da estrela é definida por $p(r) = 0$. Sabe-se também que as equações de estado de “input” para as Eqs. (4.16) e (4.17) tem que satisfazer a condição de neutralidade de carga e equilíbrio químico, este último associado ao decaimento β . Considerando múons também no sistema, tais condições levam a

$$\rho_p(y, \rho) - \rho_e = \rho_\mu(\rho_e) \quad (4.18)$$

e

$$\mu_n(y, \rho) - \mu_p(y, \rho) = \mu_e(\rho_e), \quad (4.19)$$

com $\mu_e = (3\pi^2 \rho_e)^{1/3}$, $\rho_p = y\rho$, $\rho_\mu = [(\mu_\mu^2 - m_\mu^2)^{3/2}]/(3\pi^2)$ e $\mu_\mu = \mu_e$. Usamos $m_\mu =$

¹Aqui é feito $G = c = 1$

105, 7 MeV para a massa do múon e consideramos o elétron sem massa. Dessa forma, para cada densidade ρ usada como “input”, encontram-se ρ_e e y que satisfazem as condições acima. Com todas essas quantidades determinadas, constrói-se então a densidade de energia e pressão, nesse caso dadas por

$$\epsilon = \epsilon + \frac{\mu_e^4}{4\pi^2} + \frac{1}{\pi^2} \int_0^{\sqrt{\mu_\mu^2 - m_\mu^2}} dk k^2 (k^2 + m_\mu^2)^{1/2}, \quad (4.20)$$

e

$$p = P + \frac{\mu_e^4}{12\pi^2} + \frac{1}{3\pi^2} \int_0^{\sqrt{\mu_\mu^2 - m_\mu^2}} \frac{dk k^4}{(k^2 + m_\mu^2)^{1/2}}, \quad (4.21)$$

com ϵ e P dados pelas Eqs. (4.10) e (4.11). Os dois últimos termos das expressões acima referem-se aos elétrons (segundo termo) e aos múons (terceiro termo).

Os diagramas massa-raio que apresentaremos a seguir foram construídos a partir da solução das equações de TOV com o uso das Eq. (4.20) e (4.21) conectadas com a equação de estado de Baym–Pethick–Sutherland (BPS) (Baym *et al.*, 1971) no intervalo de densidades dado por $10^{-10} \text{ fm}^{-3} \leq \rho \leq 0.008907 \text{ fm}^{-3}$, usado para descrever a crosta da estrela². Na figura 4.10 mostramos o primeiro diagrama no qual variamos o valor de J , usando $\rho_0 = 0,15 \text{ fm}^3$ e $B_0 = -15,6 \text{ MeV}$. Na mesma figura colocamos os dados observacionais obtidos pela missão NICER: círculos com barras de erro (RILEY *et al.*, 2019; MILLER *et al.*, 2019) e faixas verdes, esses últimos determinados mais recentemente (MILLER *et al.*, 2021; RILEY *et al.*, 2021). Também consta na figura o intervalo de $M_{\text{star}} = 2,14_{-0,18}^{+0,20} M_\odot$ (linhas horizontais tracejadas) extraídos da referência (Cromartie *et al.*, 2020). Verificamos que a variação de J não interfere na massa máxima que o modelo fornece, mas afeta os raios de estrelas de massas menores que $1,5 M_\odot$. Veja que os todas as parametrizações são compatíveis com os círculos e com uma das faixas. No entanto, o valor da massa máxima fica abaixo do intervalo $M_{\text{star}} = 2,14_{-0,18}^{+0,20} M_\odot$.

Na figura 4.11 construímos o diagrama massa-raio variando agora a energia de ligação do modelo MHD mantendo fixos $\rho_0 = 0,15 \text{ fm}^3$ e $J = 32 \text{ MeV}$. Diferentemente do caso anterior, podemos notar que não há diferença significativa entre as curvas. Mesmo assim, é possível verificar que a massa máxima produzida por cada curva não se mantém a mesma para cada parametrização, como no caso da figura anterior. A tendência exibida é a de um leve aumento de $M_{\text{star}}^{\text{max}}$ à medida que B_0 diminui, o que pode ser observado mais detalhadamente a partir da tabela 4.2. Veja ainda na figura 4.11 que os dados observacionais da missão NICER são também satisfeitos, e o intervalo de $M_{\text{star}} = 2,14_{-0,18}^{+0,20} M_\odot$ é atingido para alguns valores de B_0 .

²Região da estrela com espessura estimada em aproximadamente 1 km e constituída por núcleos, prótons, nêutrons e outros hádrons.

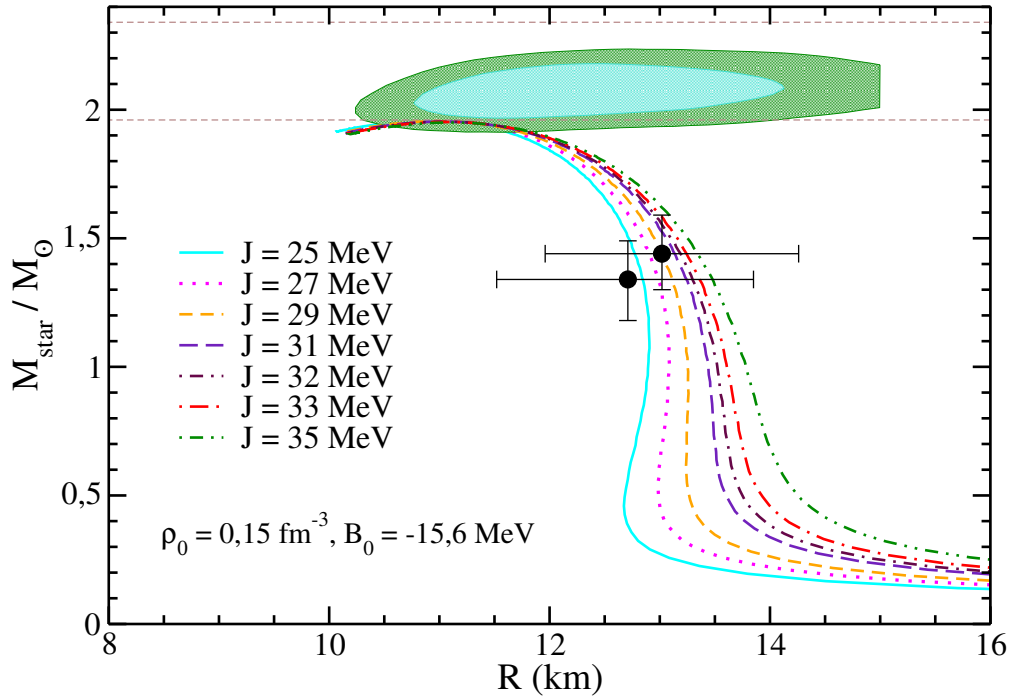


FIGURA 4.10 – Diagrama massa-raio, em unidades de massa solar M_{\odot} , para o modelo MHD com diferentes valores de J . Linhas horizontais extraídas da referência (Cromartie *et al.*, 2020). Círculos com barras de erro extraídos das referências (RILEY *et al.*, 2019; MILLER *et al.*, 2019). Faixas extraídas das referências (MILLER *et al.*, 2021; RILEY *et al.*, 2021).

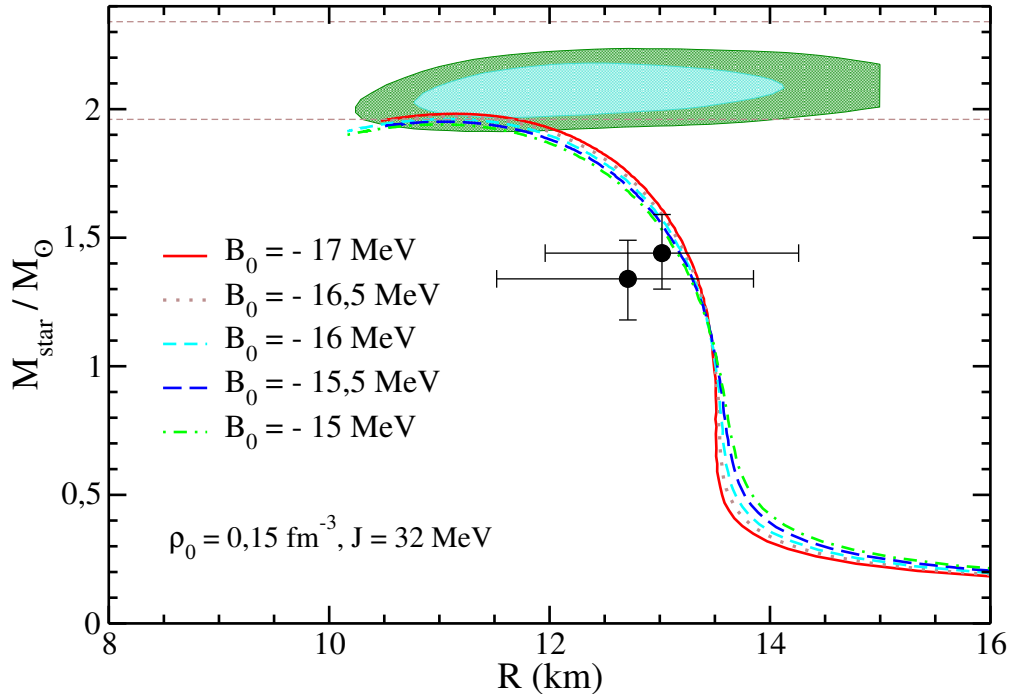


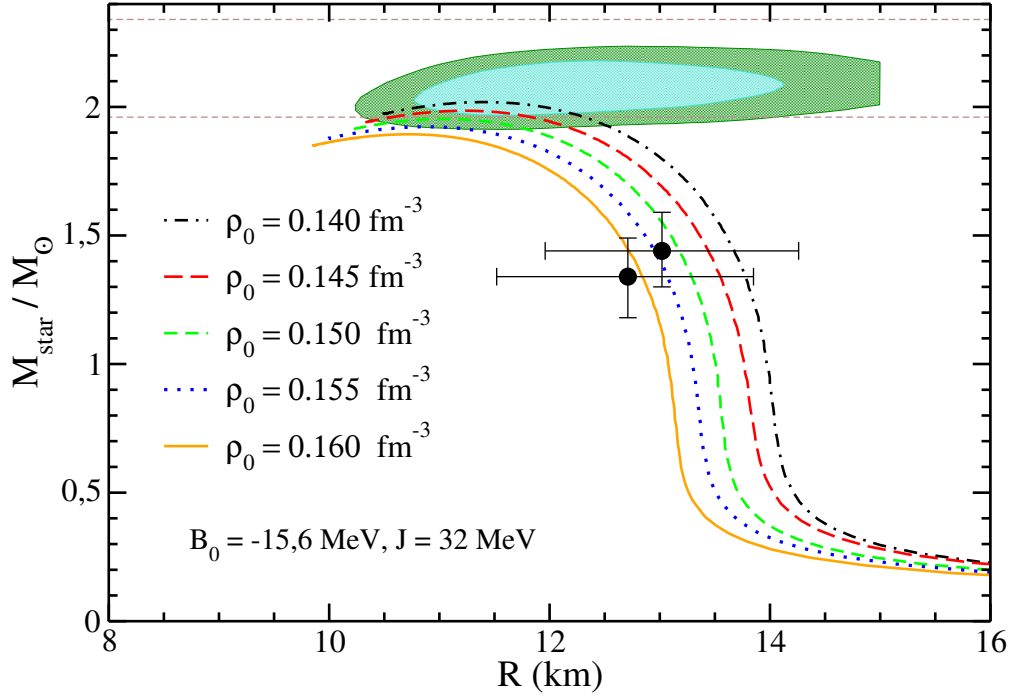
FIGURA 4.11 – Diagrama massa-raio, em unidades de massa solar M_{\odot} , para o modelo MHD com diferentes valores de B_0 . Linhas horizontais extraídas da referência (Cromartie *et al.*, 2020). Círculos com barras de erro extraídos das referências (RILEY *et al.*, 2019; MILLER *et al.*, 2019). Faixas extraídas das referências (MILLER *et al.*, 2021; RILEY *et al.*, 2021).

Finalmente, mostramos na figura 4.12 o efeito da variação da densidade de saturação do modelo MHD no diagrama massa-raio. Nesta figura mantivemos fixos $B_0 = -15,6$ MeV e

TABELA 4.2 – Massa máxima da estrela, $M_{\text{star}}^{\text{max}}$, para cada parametrização do modelo MHD construída a partir da variação de B_0 . Valores fixos: $\rho_0 = 0,15 \text{ fm}^3$ e $J = 32 \text{ MeV}$.

B_0 (MeV)	-15	-15,2	-15,4	-15,6	-16	-16,2	-16,4	-16,6	-17
$M_{\text{star}}^{\text{max}} (M_{\odot})$	1,940	1,945	1,949	1,953	1,961	1,965	1,969	1,973	1,981

$J = 32 \text{ MeV}$. Note que além da mudança drástica nos raios das estrelas, a variação de ρ_0


 FIGURA 4.12 – Diagrama massa-raio, em unidades de massa solar M_{\odot} , para o modelo MHD com diferentes valores de ρ_0 . Linhas horizontais extraídas da referência (Cromartie *et al.*, 2020). Círculos com barras de erro extraídos das referências (RILEY *et al.*, 2019; MILLER *et al.*, 2019). Faixas extraídas das referências (MILLER *et al.*, 2021; RILEY *et al.*, 2021).

também tem o efeito de aumentar a massa máxima conforme ρ_0 diminui. A tabela 4.3 a seguir mostra os valores exatos. Os resultados mostram que a variação em ρ_0 permite que o

 TABELA 4.3 – Massa máxima da estrela, $M_{\text{star}}^{\text{max}}$, para cada parametrização do modelo MHD construída a partir da variação de ρ_0 . Valores fixos: $B_0 = -15,6 \text{ MeV}$ e $J = 32 \text{ MeV}$.

ρ_0 (fm^{-3})	0,140	0,145	0,150	0,155	0,160
$M_{\text{star}}^{\text{max}} (M_{\odot})$	2,019	1,985	1,953	1,922	1,893

modelo MHD seja compatível com os vínculos da missão NICER e também com o intervalo $M_{\text{star}} = 2,14_{-0,18}^{+0,20} M_{\odot}$. Especificamente para as curvas mostradas na figura 4.12, este último vínculo é satisfeito pelas parametrizações com $\rho_0 = 0,145 \text{ fm}^{-3}$ e $\rho_0 = 0,140 \text{ fm}^{-3}$.

5 Conclusão

Nesta dissertação verificamos a possibilidade de descrição da matéria estelar a partir de um modelo holográfico, chamado de modelo MHD, generalizado para matéria assimétrica (número de prótons diferente do número de nêutrons).

Primeiramente mostramos no capítulo 2 um modelo bastante tradicional na descrição da matéria nuclear, o modelo de Walecka, que serve como base para a construção do modelo MHD mostrado posteriormente. Usando a densidade lagrangiana do modelo de Walecka nas equações de Euler-Lagrange, obtivemos as equações de campo para o campo fermiônico que descreve o nucleon (prótons ou nêutrons) e para os campos mesônicos, considerados aqui representando os mésons σ , ω e ρ . Os dois primeiros dão conta da intermediação da interação entre os nucleons, sendo a parte atrativa dada pelo méson σ e a repulsiva dada pelo méson ω . Já o méson ρ é o responsável pela distinção entre prótons e nêutrons na interação nuclear. A partir da equação de Dirac gerada, vimos que a massa do nucleon torna-se agora dependente do campo σ , ou seja, não é mais constante, veja a Eq. (2.11). Pudemos então verificar que um dos efeitos da interação nuclear, sua parte atrativa no caso, é fazer com que o nucleon tenha sua massa reduzida. Esta massa que varia com σ é chamada de massa efetiva. Como as equações de campo do modelo não possuem solução analítica, usamos a aproximação de campo médio que faz com que os campos mesônicos sejam substituídos por seus valores médios. Com isso, foi possível construir a densidade de energia (ε) e a pressão (P) do modelo a partir da determinação do tensor energia-momento que, por sua vez, faz uso da densidade lagrangiana com a aproximação de campo médio já aplicada. Tais expressões estão dadas pelas Eqs. (2.30) e (2.34). Como um exemplo, mostramos ε e P em função da densidade nuclear para uma particular parametrização do modelo de Walecka, parametrização LHS. A partir de ε e P foi possível construir outras equações de estado do modelo, como por exemplo os potenciais químicos de prótons e nêutrons e a energia de simetria. Os potenciais químicos são determinados pela derivada de ε em relação à densidade de prótons ou nêutrons. Já a energia de simetria é dada em termos da derivada segunda de ε em relação à $\rho_3 = \rho_p - \rho_n$ (diferença entre as densidades de prótons e nêutrons).

No capítulo 3 estudamos o modelo MHD proposto na referência (de Paula *et al.*, 2020) restrito à descrição da matéria simétrica. Antes de explorar a termodinâmica do modelo

propriamente dito, discutimos em linhas gerais neste capítulo as bases teóricas usadas como alicerces na construção de um modelo holográfico genérico. Inicialmente apresentamos o conceito de invariância conforme, ou em outras palavras, invariância sob transformações de escala, e esclarecemos que a sigla CFT significa “Conformal Field Theory”, ou seja, teoria de campos que apresenta invariância de escala. Ainda, explicamos também que a sigla AdS significa “Anti-de Sitter” e refere-se ao espaço de mesmo nome que é obtido quando resolvem-se as equações de Einstein sem o termo de fonte e considerando a constante cosmológica Λ como sendo negativa. Apresentamos também a “Conjectura AdS/CFT” proposta por J. Maldacena (Maldacena, 1998), que afirma que observáveis de uma Teoria de Cordas do Tipo IIB em 10 dimensões podem ser mapeados em observáveis da Teoria Yang Mills supersimétrica. E no limite de baixas energias e pequenas curvaturas, esta teoria Tipo IIB torna-se uma teoria de gravitação, ou teoria de supergravidade, com sua ação podendo ser aproximada por uma ação clássica. Vimos também que para se usar tal conjectura na chamada “Correspondência AdS/QCD” é preciso quebrar a invariância “no lado” do espaço AdS, uma vez que a própria QCD apresenta tal quebra de simetria (a QCD possui uma escalar natural de energia/distância). Uma das abordagens que dão conta da quebra desta simetria no espaço AdS é a dada pelo modelo “Dynamical Soft Wall”, que introduz a escala da QCD no “lado AdS” a partir de um campo escalar chamado dilaton. Além disso, o modelo usa uma métrica modificada que recupera a própria métrica AdS em 5 dimensões no limite de altas energias. O modelo holográfico MHD usado na referência (de Paula *et al.*, 2020) é baseado nesta abordagem.

Vimos que a ação proposta para o modelo MHD (de Paula *et al.*, 2020) inclui os campos associados aos mésons σ e ω na ação do modelo “AdS modificado + dilaton”. A inspiração para esta ideia vem dos modelos quark-meson-coupling (QMC) (GUICHON, 1988) e modified quark-meson-coupling (MQMC) (FREDERICO *et al.*, 1989; BATISTA *et al.*, 2002), nos quais os quarks presentes na estrutura interna do nucleon interagem diretamente com os mésons. Ainda, considera-se também que a massa 5-dimensional do modelo varia com o próprio campo σ . Com isso, o princípio variacional aplicado a esta ação leva a uma equação de autovalores e autovetores, Eq. (3.12), cujos autovalores definem a própria massa efetiva do nucleon, Eq. (3.14). Levando em conta que a dinâmica do nucleon também é governada pelo modelo de Walecka estudado no capítulo anterior, temos que as equações de estado do modelo MHD são exatamente as mesmas, porém com a massa efetiva dada em termos da massa 5-dimensional conforme mostra a Eq. (3.14). Comparamos este modelo MHD com a parametrização LHS do modelo de Walecka, mais especificamente, geramos os gráficos de energia por partícula, massa efetiva e pressão, todos em função da densidade. Para esta última quantidade, verificamos que o modelo MHD satisfaz um dos vínculos da referência (DUTRA *et al.*, 2014) para a pressão no regime de altas densidades. Também calculamos a incompressibilidade do modelo obtendo o valor de 253,7 MeV, compatível com dados da literatura referente a esta quantidade.

Finalmente, no capítulo 4 propusemos a generalização do modelo MHD para a matéria assimétrica. Para tal objetivo, incluímos na ação do modelo “AdS modificado + dilaton” o campo associado ao méson ρ , exatamente o mesmo termo que é incluído no modelo de Walecka. Com essa modificação, verificamos que o princípio variacional fornece exatamente a mesma equação de autovalores e autovetores do caso do modelo MHD para a matéria simétrica, ou seja, a massa efetiva do nucleon no modelo assimétrico é exatamente a mesma. Este resultado nos habilitou a poder usar as mesmas equações de estado de densidade de energia e pressão encontradas para o modelo de Walecka com o méson ρ incluído. Constatamos que as expressões para os potenciais químicos e energia de simetria também são idênticas, mesmo com a massa efetiva sendo dada pela Eq. (3.14).

O modelo generalizado apresenta apenas três constantes livres, que são ajustadas a partir da determinação da energia de ligação do sistema (B_0), da densidade de saturação (ρ_0) e da energia de simetria em $\rho = \rho_0$ (J). Neste último capítulo também investigamos o efeito da variação dessas grandezas. A primeira variação feita foi na energia de simetria, dentro do intervalo de $25 \text{ MeV} \leq J \leq 35 \text{ MeV}$ (DUTRA *et al.*, 2014). Verificamos que o modelo MHD satisfaz o vínculo da matéria pura de nêutrons (DUTRA *et al.*, 2014) para todos os valores testados dentro do referido intervalo. Ainda, constatamos que tal variação afeta diretamente os raios das estrelas de nêutrons de massas menores que $1,5M_\odot$, mas praticamente não tem efeito no valor da massa máxima obtida para cada valor de J . O cenário é bem diferente para o caso em que a variação é feita em B_0 . Vimos que nesse caso os raios das estrelas não são afetados significativamente para o intervalo adotado de $-17 \text{ MeV} \leq B_0 \leq -15 \text{ MeV}$. No entanto, foi possível observar uma leve mudança nos valores de massa máxima obtidos. Por fim, fizemos também a variação na densidade de saturação no intervalo de $0,14 \text{ fm}^{-3} \leq \rho_0 \leq 0,16 \text{ fm}^{-3}$. Verificamos que esta variação em particular afeta tanto o raio quanto a massa máxima das estrelas produzidas. Foi possível encontrar valores de ρ_0 que geram diagramas massa-raio compatíveis com os dados observacionais tanto da missão NICER (RILEY *et al.*, 2019; MILLER *et al.*, 2019; MILLER *et al.*, 2021; RILEY *et al.*, 2021) quanto os da referência (Cromartie *et al.*, 2020), que indica que as mais massivas estrelas estão no intervalo de massa de $M_{\text{star}} = 2,14_{-0,18}^{+0,20} M_\odot$. Todos os resultados acima mostram que o modelo MHD generalizado é capaz de descrever tanto a matéria nuclear assimétrica quanto a matéria estelar.

As discussões contidas nessa dissertação sugerem como futura abordagem o tratamento teórico utilizado nessa dissertação e a extensão do modelo para o modelo de Walecka não-linear, incluindo-se as auto-interações do campo σ . Dessa forma espera-se alcançar, uma compreensão mais detalhada tanto da matéria nuclear assimétrica quanto da matéria estelar.

Referências

- BAADE, W.; ZWICKY, F. On super-novae. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, National Acad Sciences, v. 20, n. 5, p. 254–259, 1934.
- BATISTA, E.; CARLSON, B.; FREDERICO, T. Mean field and pairing properties of nuclear matter in a quark–meson coupling model. **Nuclear Physics A**, v. 697, n. 1, p. 469–491, 2002.
- Baym, G.; Pethick, C.; Sutherland, P. The Ground State of Matter at High Densities: Equation of State and Stellar Models. **The Astrophysical Journal**, v. 170, p. 299, dez. 1971.
- BEDFORD, J. **An Introduction to String Theory**. arXiv, 2011. Available at: <https://arxiv.org/abs/1107.3967>.
- BIRRELL, N.; DAVIES, P. Massless thirring model in curved space: thermal states and conformal anomaly. **Physical Review D**, APS, v. 18, n. 12, p. 4408, 1978.
- BOGUTA, J.; BODMER, A. Relativistic calculation of nuclear matter and the nuclear surface. **Nuclear Physics A**, Elsevier, v. 292, n. 3, p. 413–428, 1977.
- CHAVES, A. J.; FREDERICO, T.; OLIVEIRA, O.; PAULA, W. de; SANTOS, M. C. Optical conductivity of curved graphene. **Journal of Physics: Condensed Matter**, IOP Publishing, v. 26, n. 18, p. 185301, apr 2014. Available at: <https://doi.org/10.1088/0953-8984/26/18/185301>.
- Collins, P. D. B. **An Introduction to Regge Theory and High Energy Physics**. [*S.l.: s.n.*], 2009.
- Cromartie, H. T.; Fonseca, E.; Ransom, S. M.; Demorest, P. B.; Arzoumanian, Z.; Blumer, H.; Brook, P. R.; DeCesar, M. E.; Dolch, T.; Ellis, J. A.; Ferdman, R. D.; Ferrara, E. C.; Garver-Daniels, N.; Gentile, P. A.; Jones, M. L.; Lam, M. T.; Lorimer, D. R.; Lynch, R. S.; McLaughlin, M. A.; Ng, C.; Nice, D. J.; Pennucci, T. T.; Spiewak, R.; Stairs, I. H.; Stovall, K.; Swiggum, J. K.; Zhu, W. W. Relativistic Shapiro delay measurements of an extremely massive millisecond pulsar. **Nature Astronomy**, v. 4, p. 72–76, jan. 2020.
- Danielewicz, P.; Lacey, R.; Lynch, W. G. Determination of the Equation of State of Dense Matter. **Science**, v. 298, n. 5598, p. 1592–1596, nov. 2002.

de Paula, W.; JI, C.-R.; de Melo, J.; FREDERICO, T.; LOURENÇO, O. The holographic paradigm of hadron dynamics for medium modified nuclear matters. **Physics Letters B**, v. 803, p. 135339, 2020.

D'HOKER, E.; PHONG, D. H. **Lectures on Supersymmetric Yang-Mills Theory and Integrable Systems**. arXiv, 1999. Available at: <https://arxiv.org/abs/hep-th/9912271>.

DRISCHLER, C.; FURNSTAHL, R. J.; MELENDEZ, J. A.; PHILLIPS, D. R. How well do we know the neutron-matter equation of state at the densities inside neutron stars? a bayesian approach with correlated uncertainties. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 125, p. 202702, Nov 2020. Available at: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.125.202702>.

DUTRA, M.; LOURENÇO, O.; AVANCINI, S.; CARLSON, B.; DELFINO, A.; MENEZES, D.; PROVIDÊNCIA, C.; TYPEL, S.; STONE, J. Relativistic mean-field hadronic models under nuclear matter constraints. **Physical Review C**, APS, v. 90, n. 5, p. 055203, 2014.

FREDERICO, T.; CARLSON, B. V.; REGO, R. A.; HUSSEIN, M. S. Quark structure of the nucleon and quantum hadrodynamics. **Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics**, IOP Publishing, v. 15, n. 3, p. 297–302, mar 1989.

Garg, U.; Colò, G. The compression-mode giant resonances and nuclear incompressibility. **Progress in Particle and Nuclear Physics**, v. 101, p. 55–95, jul. 2018.

GASPERINI, M.; SABBATA, V. de. **Introduction to Gravitation**. World Scientific, 1986. Available at: <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/0233>.

GLENDENNING, N. K. **Compact stars: Nuclear physics, particle physics and general relativity**. 2nd.. ed. [*S.l.*]: Springer-Verlag, 2000.

GUICHON, P. A possible quark mechanism for the saturation of nuclear matter. **Physics Letters B**, v. 200, n. 3, p. 235–240, 1988.

HAENSEL, P.; POTEKHIN, A. Y.; YAKOVLEV, D. G. **Neutron Stars 1**. [*S.l.*]: Springer, 2007.

HEWISH, A.; BELL, S. J.; PILKINGTON, J. D.; SCOTT, P. F.; COLLINS, R. A. 74. observation of a rapidly pulsating radio source. *In: A Source Book in Astronomy and Astrophysics, 1900–1975*. [*S.l.*]: Harvard University Press, 2013. p. 498–504.

HOROWITZ, C. J.; PIEKAREWICZ, J.; REED, B. Insights into nuclear saturation density from parity-violating electron scattering. **Phys. Rev. C**, American Physical Society, v. 102, p. 044321, Oct 2020. Available at: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.102.044321>.

JACKIW, R. Introduction to the yang-mills quantum theory. **Rev. Mod. Phys.**, American Physical Society, v. 52, p. 661–673, Oct 1980. Available at: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.52.661>.

KARCH, A.; KATZ, E.; SON, D. T.; STEPANOV, M. A. Linear confinement and ads/qcd. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 74, p. 015005, Jul 2006. Available at: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.74.015005>.

LI, B.-A.; CAI, B.-J.; XIE, W.-J.; ZHANG, N.-B. Progress in constraining nuclear symmetry energy using neutron star observables since gw170817. **Universe**, v. 7, n. 6, 2021. ISSN 2218-1997. Available at: <https://www.mdpi.com/2218-1997/7/6/182>.

Li, B.-A.; Han, X. Constraining the neutron-proton effective mass splitting using empirical constraints on the density dependence of nuclear symmetry energy around normal density. **Physics Letters B**, v. 727, n. 1-3, p. 276–281, nov. 2013.

Maldacena, J. M. The Large N Limit of Superconformal Field Theories and Supergravity. **Advances in Theoretical and Mathematical Physics**, v. 2, p. 231, jan. 1998.

MILLER, M. C.; LAMB, F. K.; DITTMANN, A. J.; BOGDANOV, S.; ARZOUMANIAN, Z.; GENDREAU, K. C.; GUILLOT, S.; HARDING, A. K.; HO, W. C. G.; LATTIMER, J. M.; LUDLAM, R. M.; MAHMOODIFAR, S.; MORSINK, S. M.; RAY, P. S.; STROHMAYER, T. E.; WOOD, K. S.; ENOTO, T.; FOSTER, R.; OKAJIMA, T.; PRIGOZHIN, G.; SOONG, Y. PSR j0030+0451 mass and radius from nicer data and implications for the properties of neutron star matter. **The Astrophysical Journal**, American Astronomical Society, v. 887, n. 1, p. L24, dec 2019. Available at: <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ab50c5>.

MILLER, M. C.; LAMB, F. K.; DITTMANN, A. J.; BOGDANOV, S.; ARZOUMANIAN, Z.; GENDREAU, K. C.; GUILLOT, S.; HO, W. C. G.; LATTIMER, J. M.; LOEWENSTEIN, M.; MORSINK, S. M.; RAY, P. S.; WOLFF, M. T.; BAKER, C. L.; CAZEAU, T.; MANTHRIPRAGADA, S.; MARKWARDT, C. B.; OKAJIMA, T.; POLLARD, S.; COGNARD, I.; CROMARTIE, H. T.; FONSECA, E.; GUILLEMOT, L.; KERR, M.; PARTHASARATHY, A.; PENNUCCI, T. T.; RANSOM, S.; STAIRS, I. The radius of PSR j0740+6620 from NICER and XMM-newton data. **The Astrophysical Journal Letters**, American Astronomical Society, v. 918, n. 2, p. L28, sep 2021. Available at: <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ac089b>.

OPPENHEIMER, J. R.; VOLKOFF, G. M. On massive neutron cores. **Phys. Rev.**, American Physical Society, v. 55, p. 374–381, Feb 1939. Available at: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.55.374>.

PACINI, F. Rotating neutron stars, pulsars and supernova remnants. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 219, n. 5150, p. 145–146, 1968.

PAULA, W. de; FREDERICO, T.; FORKEL, H.; BEYER, M. Dynamical holographic qcd with area-law confinement and linear regge trajectories. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 79, p. 075019, Apr 2009. Available at: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.79.075019>.

PAULA, W. L. S. de. **Supergravity, holography and light-meson spectroscopy**. Thesis (Doutorado) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2010. Available at: http://www.bdita.bibl.ita.br/tesesdigitais/lista_resumo.php?num_tese=000567621.

POLCHINSKI, J.; STRASSLER, M. J. Hard scattering and gauge/string duality. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 88, p. 031601, Jan 2002. Available at: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.88.031601>.

QUALLS, J. D. **Lectures on Conformal Field Theory**. arXiv, 2015. Available at: <https://arxiv.org/abs/1511.04074>.

REINHARD, P.-G. The relativistic mean-field description of nuclei and nuclear dynamics. **Reports on Progress in Physics**, v. 52, n. 4, p. 439–514, apr 1989.

RILEY, T. E.; WATTS, A. L.; BOGDANOV, S.; RAY, P. S.; LUDLAM, R. M.; GUILLOT, S.; ARZOUMANIAN, Z.; BAKER, C. L.; BILOUS, A. V.; CHAKRABARTY, D.; GENDREAU, K. C.; HARDING, A. K.; HO, W. C. G.; LATTIMER, J. M.; MORSINK, S. M.; STROHMAYER, T. E. A nicer view of PSR j0030+0451: Millisecond pulsar parameter estimation. **The Astrophysical Journal**, American Astronomical Society, v. 887, n. 1, p. L21, dec 2019. Available at: <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ab481c>.

RILEY, T. E.; WATTS, A. L.; RAY, P. S.; BOGDANOV, S.; GUILLOT, S.; MORSINK, S. M.; BILOUS, A. V.; ARZOUMANIAN, Z.; CHOUDHURY, D.; DENEVA, J. S.; GENDREAU, K. C.; HARDING, A. K.; HO, W. C. G.; LATTIMER, J. M.; LOEWENSTEIN, M.; LUDLAM, R. M.; MARKWARDT, C. B.; OKAJIMA, T.; PRESCOD-WEINSTEIN, C.; REMILLARD, R. A.; WOLFF, M. T.; FONSECA, E.; CROMARTIE, H. T.; KERR, M.; PENNUCCI, T. T.; PARTHASARATHY, A.; RANSOM, S.; STAIRS, I.; GUILLEMOT, L.; COGNARD, I. A NICER view of the massive pulsar PSR j0740+6620 informed by radio timing and XMM-newton spectroscopy. **The Astrophysical Journal Letters**, American Astronomical Society, v. 918, n. 2, p. L27, sep 2021. Available at: <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ac0a81>.

RUSSOTTO, P.; GANNON, S.; KUPNY, S.; LASKO, P.; ACOSTA, L.; ADAMCZYK, M.; AL-AJLAN, A.; AL-GARAWI, M.; AL-HOMAIDHI, S.; AMORINI, F.; AUDITORE, L.; AUMANN, T.; AYYAD, Y.; BASRAK, Z.; BENLLIURE, J.; BOISJOLI, M.; BORETZKY, K.; BRZYCHCZYK, J.; BUDZANOWSKI, A.; CAESAR, C.; CARDELLA, G.; CAMMARATA, P.; CHAJECKI, Z.; CHARTIER, M.; CHBIHI, A.; COLONNA, M.; COZMA, M. D.; CZECH, B.; FILIPPO, E. D.; TORO, M. D.; FAMIANO, M.; é, I. Gašpari; GRASSI, L.; GUAZZONI, C.; GUAZZONI, P.; HEIL, M.; HEILBORN, L.; INTROZZI, R.; ISOBE, T.; KEZZAR, K.; s, M. Ki; KRASZNAHORKAY, A.; KURZ, N.; GUIDARA, E. L.; LANZALONE, G.; FÈVRE, A. L.; LEIFELS, Y.; LEMMON, R. C.; LI, Q. F.; LOMBARDO, I.; ŁUKASIK, J.; LYNCH, W. G.; MARINI, P.; MATTHEWS, Z.; MAY, L.; MINNITI, T.; MOSTAZO, M.; PAGANO, A.; PAGANO, E. V.; PAPA, M.; PAWŁOWSKI, P.; PIRRONE, S.; POLITI, G.; PORTO, F.; REVIOL, W.; RICCIO, F.; RIZZO, F.; ROSATO, E.; ROSSI, D.; SANTORO, S.; SARANTITES, D. G.; SIMON, H.; SKWIRCZYNSKA, I.; SOSIN, Z.; STUHL, L.; TRAUTMANN, W.; TRIFIRÒ, A.; TRIMARCHI, M.; TSANG, M. B.; VERDE, G.; VESELSKY, M.; VIGILANTE, M.; WANG, Y.; WIELOCH, A.; WIGG, P.; WINKELBAUER, J.; WOLTER, H. H.; WU, P.; YENNELLO, S.; ZAMBON, P.; ZETTA, L.; ZORIC, M. Results of the asy-eos experiment at gsi: The symmetry energy at suprasaturation density. **Phys. Rev. C**, American Physical Society, v. 94, p. 034608, Sep 2016. Available at: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.94.034608>.

SANTOS, B. M.; DUTRA, M.; cO, O. Louren; DELFINO, A. Correlations between bulk parameters in relativistic and nonrelativistic hadronic mean-field models. **Phys. Rev. C**, American Physical Society, v. 92, p. 015210, Jul 2015. Available at: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.92.015210>.

SEROT, B. D.; WALECKA, J. **The relativistic nuclear many-body problem**, *Advances in Nuclear Physics*. New York: Plenum Press., 1986.

TOLMAN, R. C. Static solutions of einstein's field equations for spheres of fluid. **Phys. Rev.**, American Physical Society, v. 55, p. 364–373, Feb 1939. Available at: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.55.364>.

WALECKA, J. A theory of highly condensed matter. **Annals of Physics**, v. 83, n. 2, p. 491–529, 1974.

Weizsäcker, C. F. V. Zur Theorie der Kernmassen. **Zeitschrift für Physik**, v. 96, n. 7-8, p. 431–458, jul. 1935.

Apêndice A - Álgebra spinorial no espaço-tempo curvo

Neste Apêndice mostraremos os elementos da álgebra spinorial no espaço-tempo curvo (BIRRELL; DAVIES, 1978; CHAVES *et al.*, 2014).

A.1 Vierbein

As matrizes de Dirac no espaço-tempo curvo são dadas por

$$\Gamma^M = e_M^a \gamma^a, \quad (\text{A.1})$$

onde o “vierbein” e_M^a define um referencial de Lorentz local, tal que o elemento de linha pode ser escrito como

$$ds^2 = \eta_{ab} \theta^a \theta^b, \quad (\text{A.2})$$

para $\theta^a = e_M^a dx^M$, $\theta^b = e_N^b dx^N$, e com $\eta_{ab} = \text{diag}(1, -1, -1, -1, -1)$ sendo a métrica de Minkowski, nesse caso para um espaço de 5 dimensões cujas coordenadas são t, x^1, x^2, x^3, z .

Reescrevendo ds^2 em termos dos vierbeins temos,

$$ds^2 = \eta_{ab} e_M^a e_N^b dx^M dx^N. \quad (\text{A.3})$$

Para obtermos explicitamente os vierbeins para o espaço AdS modificado, usa-se que

$$g_{MN} = e^{-2A(z)} \eta_{MN}, \quad (\text{A.4})$$

o que leva a

$$ds^2 = g_{MN} dx^M dx^N = e^{-2A(z)} \eta_{MN} dx^M dx^N = \eta_{ab} e_M^a e_N^b dx^M dx^N. \quad (\text{A.5})$$

Isso possibilita a identificação

$$e_M^a = \delta_M^a e^{-A(z)} \quad \text{e} \quad e_a^M = \delta_a^M e^{A(z)}, \quad (\text{A.6})$$

onde $\delta_M^a = \delta_a^M = 0$ se $a \neq M$ e $\delta_M^a = \delta_a^M = 1$ se $a = M$.

A.2 Spin connection

A derivada covariante dada na Eq. (3.6) é definida por

$$D_M = \partial_M + \frac{1}{4} \omega_{ab}^M \sigma_{ab}, \quad (\text{A.7})$$

com

$$\sigma_{ab} = \frac{1}{2} (\gamma_a \gamma_b - \gamma_b \gamma_a). \quad (\text{A.8})$$

Ainda, ω_M^{ab} é uma quantidade denominada de “spin connection” definida em termos dos vierbeins como sendo

$$\omega_M^{ab} = \frac{1}{2} e^{Na} (\partial_M e_N^b - \partial_N e_M^b) - \frac{1}{2} e^{Nb} (\partial_M e_N^a - \partial_N e_M^a) - \frac{1}{2} e^{Aa} e^{Bb} (\partial_A e_{Bc} - \partial_B e_{Ac}) e_M^c. \quad (\text{A.9})$$

Como exemplo, veja que para a sendo igual à coordenada holográfica z temos que

$$\begin{aligned} \omega_0^{z0} &= \frac{1}{2} e^{Nz} (\partial_0 e_N^0 - \partial_N e_0^0) - \frac{1}{2} e^{N0} (\partial_0 e_N^z - \partial_N e_0^z) - \frac{1}{2} e^{Az} e^{B0} (\partial_A e_{Bc} - \partial_B e_{Ac}) e_0^c \\ &= \frac{1}{2} g^{NN'} e_{N'}^z (-\partial_N e^{-A(z)}) - \frac{1}{2} g^{AA'} e_{A'}^z g^{BB'} e_{B'}^0 \eta_{cc'} (\partial_A e_B^{c'} - \partial_B e_{Ac}^c) e_0^c \\ &= -\frac{1}{2} e^{2A(z)} e^{-A(z)} (A'(z) e^{-A(z)}) + \frac{1}{2} e^{2A(z)} e^{-A(z)} e^{2A(z)} e^{-A(z)} (\partial_z e_0^0) e_0^0 \\ &= -\frac{1}{2} A'(z) + \frac{1}{2} e^{2A(z)} \partial_z (e^{-A(z)}) e^{-A(z)} \\ &= -\frac{1}{2} A'(z) + \frac{1}{2} e^{2A(z)} (-A'(z)) e^{-A(z)} e^{-A(z)} \\ &= -A'(z), \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

$$\begin{aligned}
 \omega_1^{z1} &= \frac{1}{2}e^{Nz} (\partial_1 e_N^1 - \partial_N e_1^1) - \frac{1}{2}e^{N1} (\partial_1 e_N^z - \partial_N e_1^z) - \frac{1}{2}e^{Az} e^{B1} (\partial_A e_{Bc} - \partial_B e_{Ac}) e_1^c \\
 &= \frac{1}{2}g^{NN'} e_{N'}^z (-\partial_N e^{-A(z)}) - \frac{1}{2}g^{AA'} e_{A'}^z g^{BB'} e_{B'}^1 \eta_{cc'} (\partial_A e_B^{c'} - \partial_B e_{Ac}^c) e_1^c \\
 &= -\frac{1}{2}e^{2A(z)} e^{-A(z)} (A'(z) e^{-A(z)}) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} e^{-A(z)} e^{2A(z)} e^{-A(z)} (\partial_z e_1^1) e_1^1 \\
 &= -\frac{1}{2}A'(z) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} \partial_z (e^{-A(z)}) e^{-A(z)} \\
 &= -\frac{1}{2}A'(z) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} (-A'(z)) e^{-A(z)} e^{-A(z)} \\
 &= -A'(z),
 \end{aligned} \tag{A.11}$$

$$\begin{aligned}
 \omega_2^{z2} &= \frac{1}{2}e^{Nz} (\partial_2 e_N^2 - \partial_N e_2^2) - \frac{1}{2}e^{N2} (\partial_2 e_N^z - \partial_N e_2^z) - \frac{1}{2}e^{Az} e^{B2} (\partial_A e_{Bc} - \partial_B e_{Ac}) e_2^c \\
 &= \frac{1}{2}g^{NN'} e_{N'}^z (-\partial_N e^{-A(z)}) - \frac{1}{2}g^{AA'} e_{A'}^z g^{BB'} e_{B'}^2 \eta_{cc'} (\partial_A e_B^{c'} - \partial_B e_{Ac}^c) e_2^c \\
 &= -\frac{1}{2}e^{2A(z)} e^{-A(z)} (A'(z) e^{-A(z)}) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} e^{-A(z)} e^{2A(z)} e^{-A(z)} (\partial_z e_2^2) e_2^2 \\
 &= -\frac{1}{2}A'(z) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} \partial_z (e^{-A(z)}) e^{-A(z)} \\
 &= -\frac{1}{2}A'(z) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} (-A'(z)) e^{-A(z)} e^{-A(z)} \\
 &= -A'(z),
 \end{aligned} \tag{A.12}$$

$$\begin{aligned}
 \omega_3^{z3} &= \frac{1}{2}e^{Nz} (\partial_3 e_N^3 - \partial_N e_3^3) - \frac{1}{2}e^{N3} (\partial_2 e_N^z - \partial_N e_3^z) - \frac{1}{2}e^{Az} e^{B3} (\partial_A e_{Bc} - \partial_B e_{Ac}) e_3^c \\
 &= \frac{1}{2}g^{NN'} e_{N'}^z (-\partial_N e^{-A(z)}) - \frac{1}{2}g^{AA'} e_{A'}^z g^{BB'} e_{B'}^3 \eta_{cc'} (\partial_A e_B^{c'} - \partial_B e_{Ac}^c) e_3^c \\
 &= -\frac{1}{2}e^{2A(z)} e^{-A(z)} (A'(z) e^{-A(z)}) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} e^{-A(z)} e^{2A(z)} e^{-A(z)} (\partial_z e_3^3) e_3^3 \\
 &= -\frac{1}{2}A'(z) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} \partial_z (e^{-A(z)}) e^{-A(z)} \\
 &= -\frac{1}{2}A'(z) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} (-A'(z)) e^{-A(z)} e^{-A(z)} \\
 &= -A'(z)
 \end{aligned} \tag{A.13}$$

e

$$\begin{aligned}
 \omega_4^{z4} &= \frac{1}{2}e^{Nz} (\partial_4 e_N^4 - \partial_N e_4^4) - \frac{1}{2}e^{N4} (\partial_4 e_N^z - \partial_N e_4^z) - \frac{1}{2}e^{Az} e^{B4} (\partial_A e_{Bc} - \partial_B e_{Ac}) e_4^c \\
 &= \frac{1}{2}g^{NN'} e_{N'}^z (-\partial_N e^{-A(z)}) - \frac{1}{2}g^{AA'} e_{A'}^z g^{BB'} e_{B'}^4 \eta_{cc'} (\partial_A e_B^{c'} - \partial_B e_{Ac}^c) e_4^c \\
 &= -\frac{1}{2}e^{2A(z)} e^{-A(z)} (A'(z) e^{-A(z)}) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} e^{-A(z)} e^{2A(z)} e^{-A(z)} (\partial_z e_4^4) e_4^4 \\
 &= -\frac{1}{2}A'(z) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} \partial_z (e^{-A(z)}) e^{-A(z)} \\
 &= -\frac{1}{2}A'(z) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} (-A'(z)) e^{-A(z)} e^{-A(z)} \\
 &= -A'(z).
 \end{aligned} \tag{A.14}$$

 Quando agora a coordenada z está associada ao índice b , temos

$$\begin{aligned}
 \omega_0^{0z} &= \frac{1}{2}e^{N0} (\partial_0 e_N^z - \partial_N e_0^z) - \frac{1}{2}e^{Nz} (\partial_0 e_N^0 - \partial_N e_0^0) - \frac{1}{2}e^{A0} e^{Bz} (\partial_A e_{Bc} - \partial_B e_{Ac}) e_0^c \\
 &= -\frac{1}{2}e^{Nz} (-\partial_N e_0^0) - \frac{1}{2}e^{A0} e^{Bz} (\partial_A e_{Bc} - \partial_B e_{Ac}) e_0^c \\
 &= -\frac{1}{2}g^{NN'} e_{N'}^z (-\partial_N e^{-A(z)}) - \frac{1}{2}g^{AA'} e_{A'}^0 g^{BB'} e_{B'}^z \eta_{cc'} (\partial_A e_B^{c'} - \partial_B e_A^{c'}) e_0^c \\
 &= \frac{1}{2}e^{2A(z)} e^{-A(z)} (A'(z) e^{-A(z)}) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} e^{-A(z)} e^{2A(z)} e^{-A(z)} (-\partial_z e_0^0) e_0^0 \\
 &= \frac{1}{2}A'(z) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} \partial_z (-e^{-A(z)}) e^{-A(z)} \\
 &= \frac{1}{2}A'(z) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} A'(z) e^{-A(z)} e^{-A(z)} \\
 &= A'(z),
 \end{aligned} \tag{A.15}$$

$$\begin{aligned}
 \omega_1^{1z} &= \frac{1}{2}e^{N1} (\partial_1 e_N^z - \partial_N e_1^z) - \frac{1}{2}e^{Nz} (\partial_1 e_N^1 - \partial_N e_1^1) - \frac{1}{2}e^{A1} e^{Bz} (\partial_A e_{Bc} - \partial_B e_{Ac}) e_1^c \\
 &= -\frac{1}{2}e^{Nz} (-\partial_N e_1^1) - \frac{1}{2}e^{A1} e^{Bz} (\partial_A e_{Bc} - \partial_B e_{Ac}) e_1^c \\
 &= -\frac{1}{2}g^{NN'} e_{N'}^z (-\partial_N e^{-A(z)}) - \frac{1}{2}g^{AA'} e_{A'}^1 g^{BB'} e_{B'}^z \eta_{cc'} (\partial_A e_B^{c'} - \partial_B e_A^{c'}) e_1^c \\
 &= \frac{1}{2}e^{2A(z)} e^{-A(z)} (A'(z) e^{-A(z)}) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} e^{-A(z)} e^{2A(z)} e^{-A(z)} (-\partial_z e_0^0) e_0^0 \\
 &= \frac{1}{2}A'(z) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} \partial_z (-e^{-A(z)}) e^{-A(z)} \\
 &= \frac{1}{2}A'(z) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} A'(z) e^{-A(z)} e^{-A(z)} \\
 &= A'(z),
 \end{aligned} \tag{A.16}$$

$$\begin{aligned}
 \omega_2^{2z} &= \frac{1}{2}e^{Nz} (\partial_2 e_N^z - \partial_N e_2^z) - \frac{1}{2}e^{Nz} (\partial_2 e_N^2 - \partial_N e_2^2) - \frac{1}{2}e^{A2} e^{Bz} (\partial_A e_{Bc} - \partial_B e_{Ac}) e_2^c \\
 &= -\frac{1}{2}e^{Nz} (-\partial_N e_2^2) - \frac{1}{2}e^{A2} e^{Bz} (\partial_A e_{Bc} - \partial_B e_{Ac}) e_2^c \\
 &= -\frac{1}{2}g^{NN'} e_{N'}^z (-\partial_N e^{-A(z)}) - \frac{1}{2}g^{AA'} e_A^2 g^{BB'} e_{B'}^z \eta_{cc'} (\partial_A e_B^{c'} - \partial_B e_A^{c'}) e_2^c \\
 &= \frac{1}{2}e^{2A(z)} e^{-A(z)} (A'(z) e^{-A(z)}) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} e^{-A(z)} e^{2A(z)} e^{-A(z)} (-\partial_z e_2^2) e_2^2 \\
 &= \frac{1}{2}A'(z) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} \partial_z (-e^{-A(z)}) e^{-A(z)} \\
 &= \frac{1}{2}A'(z) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} A'(z) e^{-A(z)} e^{-A(z)} \\
 &= A'(z),
 \end{aligned} \tag{A.17}$$

$$\begin{aligned}
 \omega_3^{3z} &= \frac{1}{2}e^{N3} (\partial_3 e_N^z - \partial_N e_3^z) - \frac{1}{2}e^{Nz} (\partial_3 e_N^3 - \partial_N e_3^3) - \frac{1}{2}e^{A3} e^{Bz} (\partial_A e_{Bc} - \partial_B e_{Ac}) e_3^c \\
 &= -\frac{1}{2}e^{Nz} (-\partial_N e_3^4) - \frac{1}{2}e^{A3} e^{Bz} (\partial_A e_{Bc} - \partial_B e_{Ac}) e_3^c \\
 &= -\frac{1}{2}g^{NN'} e_{N'}^z (-\partial_N e^{-A(z)}) - \frac{1}{2}g^{AA'} e_A^3 g^{BB'} e_{B'}^z \eta_{cc'} (\partial_A e_B^{c'} - \partial_B e_A^{c'}) e_3^c \\
 &= \frac{1}{2}e^{2A(z)} e^{-A(z)} (A'(z) e^{-A(z)}) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} e^{-A(z)} e^{2A(z)} e^{-A(z)} (-\partial_z e_3^3) e_3^3 \\
 &= \frac{1}{2}A'(z) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} \partial_z (-e^{-A(z)}) e^{-A(z)} \\
 &= \frac{1}{2}A'(z) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} A'(z) e^{-A(z)} e^{-A(z)} \\
 &= A'(z)
 \end{aligned} \tag{A.18}$$

e

$$\begin{aligned}
 \omega_4^{4z} &= \frac{1}{2}e^{N4} (\partial_4 e_N^z - \partial_N e_4^z) - \frac{1}{2}e^{Nz} (\partial_4 e_N^4 - \partial_N e_4^4) - \frac{1}{2}e^{A4} e^{Bz} (\partial_A e_{Bc} - \partial_B e_{Ac}) e_4^c \\
 &= -\frac{1}{2}e^{Nz} (-\partial_N e_4^4) - \frac{1}{2}e^{A4} e^{Bz} (\partial_A e_{Bc} - \partial_B e_{Ac}) e_4^c \\
 &= -\frac{1}{2}g^{NN'} e_{N'}^z (-\partial_N e^{-A(z)}) - \frac{1}{2}g^{AA'} e_A^4 g^{BB'} e_{B'}^z \eta_{cc'} (\partial_A e_B^{c'} - \partial_B e_A^{c'}) e_4^c \\
 &= \frac{1}{2}e^{2A(z)} e^{-A(z)} (A'(z) e^{-A(z)}) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} e^{-A(z)} e^{2A(z)} e^{-A(z)} (-\partial_z e_4^4) e_4^4 \\
 &= \frac{1}{2}A'(z) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} \partial_z (-e^{-A(z)}) e^{-A(z)} \\
 &= \frac{1}{2}A'(z) + \frac{1}{2}e^{2A(z)} A'(z) e^{-A(z)} e^{-A(z)} \\
 &= A'(z)
 \end{aligned} \tag{A.19}$$

Os componentes não nulos do spin connection são

$$\omega_0^{z0} = \omega_1^{z1} = \omega_2^{z2} = \omega_3^{z3} = \omega_4^{z4} = -A'(z) \tag{A.20}$$

e

$$\omega_0^{1z} = \omega_1^{1z} = \omega_2^{2z} = \omega_3^{3z} = \omega_4^{4z} = A'(z). \quad (\text{A.21})$$

FOLHA DE REGISTRO DO DOCUMENTO

1. CLASSIFICAÇÃO/TIPO <p style="text-align: center;">DM</p>	2. DATA <p style="text-align: center;">27 de junho de 2022</p>	3. REGISTRO N° <p style="text-align: center;">DCTA/ITA/DM-036/2022</p>	4. N° DE PÁGINAS <p style="text-align: center;">63</p>
5. TÍTULO E SUBTÍTULO: <p>Modelo holográfico na descrição da matéria nuclear e estrelas de nêutrons.</p>			
6. AUTOR(ES): <p>Victoria Cristina Morais Oliveira</p>			
7. INSTITUIÇÃO(ÕES)/ÓRGÃO(S) INTERNO(S)/DIVISÃO(ÕES): <p>Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA</p>			
8. PALAVRAS-CHAVE SUGERIDAS PELO AUTOR: <p>Modelo holográfico; Modelo de Walecka; AdS/QCD</p>			
9. PALAVRAS-CHAVE RESULTANTES DE INDEXAÇÃO: <p>Estrelas de nêutrons; Holografia; Modelo de Walecka; Matéria nuclear; Equações; Física nuclear; Física.</p>			
10. APRESENTAÇÃO: <p style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/> Nacional <input type="checkbox"/> Internacional</p> <p>ITA, São José dos Campos. Curso de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Física. Área de Física Nuclear. Orientador: Prof. Dr. Odilon Lourenço da Silva Filho. Defesa em 23/06/2022. Publicada em 2022.</p>			
11. RESUMO: <p>Nesta dissertação propomos a generalização de um modelo holográfico (MHD) para a descrição da matéria nuclear assimétrica e estrelas de nêutrons. Tal modelo, cuja versão para a matéria simétrica foi proposta recentemente, apresenta as mesmas equações de estado do modelo de Walecka e foi construído a partir da correspondência AdS/QCD. Estudamos inicialmente o próprio modelo de Walecka, mostrando como é possível construir sua termodinâmica, e logo em seguida apresentamos os conceitos teóricos que servem como base para o desenvolvimento de modelos holográficos em geral, e em particular o modelo MHD para a matéria simétrica. Por fim, incluímos o méson ρ no modelo com o objetivo de torná-lo capaz de descrever sistemas nucleares assimétricos, especialmente estrelas de nêutrons. Mostramos que tais objetos astrofísicos descritos pela versão generalizada do modelo MHD são compatível com dados observacionais recentes.</p>			
12. GRAU DE SIGILO: <p style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/> OSTENSIVO <input type="checkbox"/> RESERVADO <input type="checkbox"/> SECRETO</p>			