

Tese apresentada à Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa do Instituto Tecnológico de Aeronáutica, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciências no Programa de Pós-Graduação em Física, Área de Física de Plasmas.

Kauê Cabrera Rosalem

**TRANSPORTE CAÓTICO DE PARTÍCULAS CAUSADO POR
OSCILAÇÕES ELETROSTÁTICAS EM TOKAMAKS**



Prof.^a Dr.^a Marisa Roberto
Orientador



Prof. Dr. Iberê Luiz Caldas
Coorientador

Prof. Dr. Luiz Carlos Sandoval Góes
Pró-Reitor de Pós-Graduação e Pesquisa

Campo Montenegro
São José dos Campos, SP – Brasil
2016

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

Divisão de Informação e Documentação

<p>Cabrera Rosalem, Kauê Transporte caótico de partículas causado por oscilações eletrostáticas em tokamaks / Kauê Cabrera Rosalem. São José dos Campos, 2016. 103f.</p> <p>Tese de doutorado – Pós-Graduação em Física, Área de Física de Plasmas – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2016. Orientador: Prof^ª. Dr^ª. Marisa Roberto</p> <p>1. Transporte de partículas 2. Tokamak 3. Física de plasmas. I. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. II. Transporte caótico de partículas causado por oscilações eletrostáticas em tokamaks</p>

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

CABRERA ROSALEM, Kauê. Transporte caótico de partículas causado por oscilações eletrostáticas em tokamaks. 2016. 103f. Tese de Doutorado em Física de Plasmas – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Kauê Cabrera Rosalem

TÍTULO DO TRABALHO: Transporte caótico de partículas causado por oscilações eletrostáticas em tokamaks

TIPO DO TRABALHO/ANO: Tese / 2016

É concedida ao Instituto Tecnológico de Aeronáutica permissão para reproduzir cópias desta tese e para emprestar ou vender cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese pode ser reproduzida sem a sua autorização (do autor).



Kauê Cabrera Rosalem

Rua Santa Clara, 610 - Apto. 52

CEP: 12243-630, São José dos Campos - SP

TRANSPORTE CAÓTICO DE PARTÍCULAS CAUSADO POR OSCILAÇÕES ELETROSTÁTICAS EM TOKAMAKS

Kauê Cabrera Rosalem

Composição da Banca Examinadora:

Prof. Dr.	Rubens de Melo Marinho Jr.	Presidente	- ITA
Prof ^a . Dr ^a .	Marisa Roberto	Orientador	- ITA
Dr.	Iberê Luiz Caldas	Coorientador	- IFUSP
Prof. Dr.	Érico Luiz Rempel	Membro Interno	- ITA
Dr.	José Danilo Szezech Jr.	Membro Externo	- UEPG
Dr ^a .	Maria Célia R. de Andrade	Membro Externo	- INPE

ITA

Aos meus pais e familiares,
por me apoiarem em todos os
momentos da minha vida.

Agradecimentos

Agradeço aos meus pais, Isabel e Wanderley, e à minha irmã, Janaína, por todo o esforço e atenção ao longo da minha formação pessoal e profissional. Por me darem a conhecer os sentimentos mais valiosos da vida.

Aos meus tios, Roseli e Felicio, e aos meus avós, por toda confiança depositada e por todo carinho dedicado aos meus estudos.

À minha orientadora, Prof^a. Marisa, por ser a minha primeira guia pelos caminhos do mundo científico, pela paciência, amizade e por tudo o que me ensinou desde a iniciação científica.

Ao Prof. Iberê, pela eminente colaboração e pelas produtivas discussões sobre o trabalho.

Aos meus amigos, Aline, Andrei, Caroline, Daniel, Danilo, Jessica, Karina, Nazaré, Millana, Rafael, Sarah e Taty, pelas divertidas histórias colecionadas e palavras de conforto ao longo dos anos de doutorado.

Meu reconhecimento aos professores, colegas e funcionários do Instituto Tecnológico de Aeronáutica.

Finalmente, agradeço ao suporte financeiro concedido pela CAPES, CNPq e Fapesp.

"A menos que modifiquemos a nossa maneira de pensar, não seremos capazes de resolver os problemas causados pela forma como nos acostumamos a ver o mundo".

(Albert Einstein)

Resumo

Investigamos nesta tese o transporte caótico de partículas causado por ondas de deriva na borda do plasma do tokamak. Assumimos uma aproximação de alta razão de aspecto para investigar os efeitos devido ao cisalhamento dos perfis do campo elétrico e magnético. As trajetórias das partículas são obtidas por um modelo que descreve o movimento do centro de guia sob um potencial eletrostático flutuante. Integramos as equações diferenciais das variáveis canônicas que descrevem o movimento das partículas. Consideramos um fluxo total composto pelos perfis de equilíbrio do campo elétrico e magnético, e uma parte flutuante gerada pelos modos ressonantes de ondas de deriva. Os efeitos dos cisalhamentos são interpretados ao combinar os resultados obtidos da simulação numérica com os conceitos de dinâmica Hamiltoniana que descrevem as órbitas caóticas. Neste procedimento, obtivemos os mapas de Poincaré para as trajetórias das partículas. Estudamos a dependência do transporte com os perfis radiais dos campos elétricos e magnéticos, e verificamos que este transporte na borda do plasma pode ser reduzido ao modificar apropriadamente os respectivos cisalhamentos. Observamos as barreiras de transporte de partículas como curvas sem cisalhamento identificadas pelos valores extremos do perfil do número de rotação. Estas barreiras foram obtidas com o uso de perfis não-monotônicos do campo elétrico radial, e verificamos as variações radiais destas barreiras com a escolha do perfil do campo magnético e da velocidade paralela do plasma. Um mapa simplético, derivado para infinitos modos temporais, foi utilizado para descrever as dependências dos cisalhamentos elétrico, magnético e da velocidade paralela com o transporte de partículas. Estudamos a influência que a velocidade de rotação do plasma pode apresentar no transporte radial de partículas. As ressonâncias e estruturas topológicas são analisadas para velocidades paralelas de partículas com perfis uniformes ou com cisalhamento na borda do plasma.

Abstract

In this thesis, we investigate the chaotic particle transport driven by drift waves at the tokamak plasma edge. We assume a large aspect ratio approximation to investigate the effects due to the sheared profiles of electric and magnetic fields. The particle trajectories are obtained by a model that describes the guide center motion over a fluctuate electrostatic potential. We integrate the differential equations of canonical variables that describe the particle motion. We consider a total flux composed by electric and magnetic equilibrium profiles, and a fluctuate part created by drift waves resonant modes. The shear effects are interpreted by combining the results obtained from the numerical simulations with concepts of Hamiltonian dynamics that describe the chaotic orbits. In this proceeding, we obtained Poincaré maps for particle trajectories. We study the transport dependence on radial profiles of electric and magnetic fields, and verify this transport reduced by modifying appropriately the respective shears. The particle transport barriers are observed as shearless curves identified by extreme values of the rotational number profile. These barriers are obtained by using non-monotonic profile of radial electric field, and we verify radial variations of these barriers by choosing the magnetic field and parallel plasma velocity profiles. A symplectic map derived for infinite time modes is used to describe electric, magnetic and parallel velocity dependences on particle transport. We study the influence of plasma rotation velocity on the particle radial transport. The resonance and topologic structures are analyzed for particle parallel velocities with uniform and sheared profiles at the plasma edge.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	11
2	TRANSPORTE DE PARTÍCULAS EM TOKAMAKS	15
2.1	Propriedades do plasma	15
2.2	Oscilações Eletrostáticas	18
3	MODELO DE ONDAS ELETROSTÁTICAS COM DETERMINADOS MODOS TEMPORAIS	20
3.1	Equações diferenciais nas variáveis de ângulo e ação	20
3.2	Cisalhamento do campo elétrico radial	23
3.3	Cisalhamento do campo magnético.....	25
3.4	Desvio padrão médio	26
4	RESULTADOS DO MODELO DE ONDAS ELETROSTÁTICAS COM DIFERENTES MODOS TEMPORAIS	28
4.1	Mapas de Poincaré com cisalhamento do campo elétrico	28
4.2	Considerações sobre a obtenção da curva sem cisalhamento	29
4.3	Transporte de partículas	32
4.4	Mapas de Poincaré com cisalhamento do campo magnético	33
4.5	Efeitos do espectro de ondas de deriva	35
5	MODELO DE ONDAS ELETROSTÁTICAS COERENTES	38
5.1	Equações do mapa	38
5.2	Perfis de campo elétrico, magnético e de velocidade paralela.....	40
6	RESULTADOS DO MODELO DE ONDAS ELETROSTÁTICAS COERENTES	45

6.1	Mapas de Poincaré com perfil de fator de segurança monotônico para diferentes perfis de velocidade paralela	45
6.2	Mapas de Poincaré com perfil de fator de segurança não-monotônico para diferentes perfis de velocidade paralela	48
6.3	Efeitos dos perfis de velocidade paralela sobre o transporte	55
7	CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	57
	REFERÊNCIAS	59
	APÊNDICE A – MODOS ESPACIAIS SECUNDÁRIOS.....	62
	APÊNDICE B – ESPECTRO DE POTÊNCIAS	64
	APÊNDICE C – VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DO PLASMA.....	65
	APÊNDICE D – ARTIGOS RESULTANTES DESTA TESE	66
	D.1 – Influence of the electric and magnetic shears on tokamak transport	67
	D.2 – Particle transport induced by electrostatic wave fluctuations.....	74
	D.3 – Drift-wave transport in the velocity shear layer.....	80
	D.4 – Dynamical effects in confined plasma turbulence	94

1 Introdução

A crescente demanda energética é um dos atuais desafios mundiais devido, principalmente, às limitações de eficiência, reservas energéticas e riscos ambientais. Neste contexto, os tokamaks apresentam-se de maneira promissora para a obtenção da fusão termonuclear controlada. Trata-se de uma câmara toroidal na qual o plasma, uma coluna de gás altamente ionizada e aquecida ohmicamente, está confinado magneticamente [1-3].

Para que o confinamento magnético de plasmas em tokamaks tenha uma operação adequada, é necessário que haja um controle do transporte de partículas e das instabilidades no plasma [4]. Este transporte, caracterizado por efeitos dinâmicos não lineares e caos, desenvolve-se devido à geometria de confinamento, não uniformidade e inhomogeneidade do plasma. Assim, sabemos que o transporte anômalo de partículas, observado na borda de tokamaks, implica na degradação do confinamento do plasma. Dentre as limitações observadas em tokamaks, a turbulência no transporte de partículas causada por ondas de deriva tem sido bastante investigada por teóricos [5,6,7] e experimentais [8,9], almejando a melhora do desempenho do tokamak ITER, que está em fase de construção em Cadarache, França [10].

As ondas de deriva surgem, principalmente, nos plasmas confinados magneticamente em geometria toroidal, causando instabilidades e deslocando partículas e energia térmica para as paredes da câmara de confinamento [11]. Entretanto, a compreensão dos fenômenos turbulentos, e o resultante transporte anômalo de partículas, é ainda um desafio na ciência de física de plasmas confinados magneticamente.

Para que este transporte anômalo de partículas seja estudado, devemos considerar os perfis espaciais de campos elétrico e magnético, e seus associados cisalhamentos. Na borda do plasma, a turbulência é principalmente causada pela deriva $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ [12,13] e flutuações de campos eletrostáticos, os quais surgem com os gradientes dos campos radiais de equilíbrio que se propagam na direção poloidal. Diversos experimentos mostram que este transporte pode ser reduzido por alterações adequadas no perfil do campo elétrico radial [14,15]. Experimentos de polarização de campos elétricos são utilizados para reduzir o transporte por

modificação do perfil de campo elétrico radial e do resultante fluxo de partículas [16-18]. Nestes experimentos, eletrodos de polarização são aplicados para a análise do cisalhamento elétrico e da formação das barreiras de transporte de partículas na borda do plasma [19].

Para interpretar o transporte de partículas na borda do plasma, modelos não integráveis com teorias de dinâmica caótica são propostos para tokamaks de alta razão de aspecto [20-22]. Seguindo essa aproximação, estes modelos descrevem o transporte por ondas de deriva que se propagam na borda do plasma ao considerar o escoamento poloidal $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$, por campos magnéticos uniformes e campos magnéticos com cisalhamento. Além disso, mapas simpléticos de ondas de deriva, ao redor de uma posição radial do fator de segurança, foram derivados para uma investigação numérica da dependência do transporte com os perfis espaciais de cisalhamento. Assim, estes mapas permitiram uma análise da redução do transporte, sob o efeito do cisalhamento elétrico e magnético. Entretanto, uma investigação global do transporte radial e do escape de partículas para as paredes do tokamak ainda são exploradas por integrações numéricas das equações de movimento.

H.-B. Park et al. [23] obtiveram as equações de movimento do centro de guia em uma geometria de confinamento magnético toroidal e considerou o efeito colisional de partículas por um método estatístico. W. Horton et al. [20] propuseram uma aproximação das equações de movimento do centro de guia em equações de mapas, porém estes mapas foram deduzidos para uma análise local em torno do mínimo do fator de segurança desprezando os efeitos causados pelo campo elétrico radial. Neste mesmo trabalho, W. Horton et al. adaptou o modelo de Connor e Taylor [24] para as ondas de deriva, com o objetivo de iterar as equações de movimento do centro de guia usando mapas de caráter global, i.e., válido em toda região radial do plasma. Através destas equações de mapas globais, J.-M. Kwon et al. [25] investigou a influência do perfil de campo elétrico radial em diferentes modos de operação dos tokamaks e a formação de barreira de transportes de partículas. F. Miskane et al. [26] investigou as trajetórias das partículas na presença de um potencial eletrostático flutuante, e a relação entre o fluxo de partículas e o gradiente de temperatura.

Através do modelo de ondas de deriva proposto por W. Horton et al. [20], analisamos os impactos do transporte caótico, pela integração da trajetória das partículas, e as condições nas quais o caos surge na borda do plasma devido aos processos dinâmicos internos, ou seja,

sem considerar perturbações magnéticas externas. Consideramos um modelo cinético de deriva não integrável e equações canônicas que descrevem o transporte de partículas devido às ondas de deriva. Realizamos simulações numéricas do deslocamento de partículas ao integrar as equações canônicas para um escoamento total, formado pelo fluxo de cisalhamento dos campos de equilíbrio e por algumas ondas de deriva ressonantes que dominam na borda do plasma. As simulações numéricas são realizadas através dos parâmetros do tokamak TCABR [27]. Porém, os resultados deste trabalho são normalizados e podem ser aplicados para qualquer tokamak com aproximação de alta razão de aspecto, nos quais polarizações elétricas são utilizadas no controle do plasma.

Analizamos os efeitos do cisalhamento dos campos elétrico e magnético ao combinar os resultados da simulação numérica com os conceitos da teoria de dinâmica Hamiltoniana. Nossas análises são baseadas no procedimento numérico utilizado na teoria de caos para investigar e descrever órbitas caóticas e a criação e destruição da barreira de transporte. Um dos procedimentos consiste na obtenção de mapas de Poincaré para as trajetórias das partículas. As topologias obtidas são típicas de sistemas Hamiltonianos quase-integráveis com duas dimensões, e preveem importantes características para o transporte de partículas e o confinamento do plasma. Este transporte é reduzido através da modificação dos perfis de campo elétrico e magnético, e as barreiras de transporte são deslocadas de acordo com o cisalhamento magnético escolhido na borda do plasma.

Complementarmente, investigamos o transporte de partículas na borda do plasma com infinitos modos temporais de perturbação, na qual todas as perturbações apresentam a mesma amplitude de potencial elétrico. Para este estudo, as equações que descrevem a trajetória das partículas foram reescritas na forma de equações de um mapa simplético e os resultados foram obtidos pela iteração numérica destas equações. Comparamos as topologias presentes na borda do plasma e, portanto, as órbitas das partículas ao alterar os específicos modos temporais por infinitos modos de perturbação.

A seguir, no Capítulo 2 descreveremos as condições necessárias para que um gás ionizado seja classificado como plasma e as forças que estas partículas estão sujeitas no confinamento magnético. No Capítulo 3, apresentaremos o modelo utilizado para obter as seções de Poincaré através de integrações numéricas das equações que descrevem a trajetória das partículas. No Capítulo 4, são discutidos os resultados deste modelo com específicos

modos temporais de perturbação sob os efeitos de campos elétricos e magnéticos. No Capítulo 5, reescrevemos as equações diferenciais do modelo em equações de mapas para um estudo de infinitos modos temporais, os quais estão relacionados às perturbações de fundo do plasma, e apresentamos os perfis de equilíbrio do plasma que serão utilizados para a obtenção dos mapas. No Capítulo 6, mostramos os resultados obtidos por iteração numérica destas equações em mapas de Poincaré e analisamos a influência que as partículas podem apresentar sob diferentes perfis de velocidade paralela em relação ao campo magnético. Por fim, no Capítulo 7, concluimos os resultados obtidos por este modelo que simula o transporte de partículas sob os efeitos das ondas de deriva, dos perfis de equilíbrio e da velocidade paralela do plasma.

2 Transporte de partículas em tokamaks

Neste capítulo, descrevemos o mecanismo físico das ondas de deriva na presença de campos elétricos e magnéticos, para que posteriormente possamos apresentar o modelo utilizado neste estudo. As partículas confinadas em tokamaks são caracterizadas, principalmente, por um transporte radial turbulento devido ao conjunto das ondas de deriva. Assim, iremos analisar a origem destas ondas, sem desprezarmos os campos de equilíbrio e as flutuações eletrostáticas presentes na borda do plasma.

2.1 Propriedades do plasma

O transporte de partículas no plasma é dominado por campos elétricos de grande alcance, os quais estão associados com as interações coulombianas de íons e elétrons que compõem o meio [1-3]. Na ausência de distúrbios externos, o plasma é macroscopicamente neutro, ou seja, as densidades das partículas são iguais ($n_e \approx n_i$), e mantido pela oscilação de elétrons em torno dos íons na frequência de plasma ω_p , dada por

$$\omega_p = \left(\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0} \right)^{1/2}, \quad (2.1.1)$$

onde n_e é a densidade de elétrons, e é a carga eletrônica, m_e é a massa do elétron e ϵ_0 a permissividade elétrica no vácuo. Os elétrons, devido a sua alta mobilidade, neutralizam rapidamente regiões com excesso de carga positiva. A escala de distância, na qual essa densidade de partículas pode espontaneamente existir, mantendo a neutralidade, é denominada comprimento de Debye λ_D , dado por

$$\lambda_D = \left(\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{n_e e^2} \right)^{1/2}, \quad (2.1.2)$$

onde k_B é a constante de Boltzmann e T_e é a temperatura eletrônica.

Um campo perturbativo que eventualmente surge no interior do plasma de dimensão L deve anular-se para $L \gg \lambda_D$. Assim, o número de partículas N_D que interagem coletivamente, no interior de uma esfera de raio igual a λ_D , deve ser grande o suficiente para uma eficiente blindagem de campos elétricos, $N_D = (4\pi/3)n_e\lambda_D^3 \gg 1$. Logo, quando as flutuações do campo elétrico apresentam escalas espaciais maiores que o comprimento de Debye, as interações coletivas de campos elétricos devem ser consideradas no transporte de partículas. No caso de plasmas por confinamento magnético, há diversos tipos de modos coletivos, mas o transporte de partículas é dominado pelos modos de baixas frequências, onde $\omega \ll eB/m_i \equiv \omega_{ci}$, onde ω_{ci} é a frequência ciclotrônica do íon [1].

Os gradientes de densidade e temperatura nos plasmas confinados magneticamente resultam em correntes diamagnéticas de elétrons e íons \mathbf{j}_α , perpendiculares ao campo magnético \mathbf{B} , e ao gradiente de pressão gerado por elétrons p_e e íons p_i , de acordo com o balanço de forças da teoria magnetohidrodinâmica (MHD), $\mathbf{j} \times \mathbf{B} = \nabla(p_e + p_i)$ no estado de equilíbrio [3,22]. Estas correntes provocam oscilações coletivas, chamadas de ondas de deriva. Portanto, uma onda de deriva consiste em uma perturbação que se propaga no plasma e envolve a interação das derivas perpendiculares com a dinâmica paralela de confinamento.

Ao considerar a equação de movimento para uma partícula carregada, dada pela segunda lei de Newton e pela força de Lorentz na presença de campos elétricos e magnéticos, obtemos $m(d\mathbf{v}/dt) = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$. Se assumirmos uma descrição macroscópica, onde o conjunto de partículas carregadas que constituem um fluido dentro de um elemento de volume do plasma, obtemos a equação de conservação de momento [2],

$$nm \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = qn(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla p, \quad (2.1.3)$$

onde n é o número de partículas, m a massa, \mathbf{v} o vetor velocidade, q a quantidade de carga e p a pressão destas partículas. Na Eq. (2.1.3) a derivada de fluxo de matéria é dada pela expressão entre colchetes, onde o primeiro termo é chamado de derivada local, e o segundo termo representa as mudanças espaciais devido ao movimento das partículas do plasma,

chamada de derivada convectiva. Ao considerarmos um fluido de escoamento incompressível (isocórico) e com velocidade constante, temos a derivada material nula.

Assumindo apenas a velocidade perpendicular \mathbf{v}_\perp ao campo magnético e realizando o produto vetorial com o vetor campo magnético, obtemos

$$0 = qn(\mathbf{E} \times \mathbf{B} + (\mathbf{v}_\perp \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}) - \nabla p \times \mathbf{B}, \quad (2.1.4)$$

e ao aplicarmos a propriedade de produto vetorial $\mathbf{a} \times \mathbf{b} \times \mathbf{c} = \mathbf{b}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$, temos

$$qn(\mathbf{E} \times \mathbf{B} - \mathbf{v}_\perp B^2) - \nabla p \times \mathbf{B} = 0, \quad (2.1.5)$$

Isolando a velocidade perpendicular \mathbf{v}_\perp obtemos

$$\mathbf{v}_\perp = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} - \frac{\nabla p \times \mathbf{B}}{qnB^2} \equiv \mathbf{v}_{E \times B} + \mathbf{v}_D. \quad (2.1.6)$$

Note que a deriva $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ independe da carga e da massa da partícula, portanto íons e elétrons derivam no mesmo sentido ao redor do centro de guia. Note também que deriva diamagnética $\nabla p \times \mathbf{B}$ é dependente das cargas, consequentemente, elétrons e íons são deslocados em sentidos opostos. A deriva de polarização (apenas para campos que variam com o tempo) e a deriva diamagnética (apenas para variações espaciais da pressão) apresentam magnitude muito menores que a deriva $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$, a qual também é vista experimentalmente como a principal causa do transporte radial das partículas na borda do plasma [9]. Portanto, no próximo capítulo consideramos apenas a deriva $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ para o desenvolvimento do nosso modelo, onde o campo elétrico é composto por uma parte de equilíbrio e outra parte responsável pelas oscilações eletrostáticas de ondas de deriva.

2.2 Oscilações Eletrostáticas

Ao assumirmos as oscilações eletrostáticas de ondas de deriva como estacionárias, isto é, através de campos elétricos cujos valores em cada ponto espacial não variam com o tempo, podemos escrever que $\nabla \times \mathbf{E} = 0$. Assim, o vetor campo elétrico pode ser definido por $\mathbf{E} = -\nabla\phi$, onde as suas componentes são obtidas pela derivada espacial, em cada uma das direções de um dado sistema de coordenadas, do potencial eletrostático ϕ .

Conforme apresentado na subseção anterior, para que possamos descrever o transporte de partículas dirigido por ondas de deriva, devemos supor um campo elétrico responsável pela velocidade de deriva do plasma. Este campo elétrico é escrito analiticamente por uma componente de equilíbrio na direção radial \mathbf{E}_r e outra oscilante $\tilde{\mathbf{E}}$, a qual está associada ao potencial flutuante $\tilde{\phi}$.

O potencial flutuante será o principal parâmetro de perturbação do plasma neste estudo. Logo, devemos assumir um potencial que apresente todas as dependências espaciais da geometria de confinamento e de modos temporais que se associem às frequências angulares com a qual o plasma oscila na região espacial a ser explorada no tokamak. Na Figura 2.1(a), apresentamos a seção transversal de um toróide com as coordenadas locais polares a serem utilizadas no modelo de ondas eletrostáticas. Nesta configuração geométrica, temos o raio maior R , o raio menor r , no qual a coluna do plasma está inserida, o ângulo toroidal φ e o ângulo polar θ . Na Figura 2.1(b), representamos a trajetória resultante descrita pelas partículas positivas e negativas do plasma devido à resultante vetorial entre o campo magnético \mathbf{B} , a componente do potencial eletrostático perpendicular ao campo magnético $\nabla_{\perp}\phi$ e a velocidade paralela ao campo magnético \mathbf{v}_{\parallel} na aproximação de um cilindro (destacado na cor vermelha).

A importância do potencial flutuante deve-se também à escolha do espectro de onda de deriva a ser considerado no modelo. Através da distribuição do espectro, podemos analisar a influência de específicos modos temporais, os quais devem resultar em ressonâncias sobre uma dada posição radial das partículas, ou supor infinitos modos temporais, que são

representados no modelo por uma função delta de Dirac, resultando em perturbações geradas por infinitos impulsos periódicos e ressonâncias secundárias no plasma.

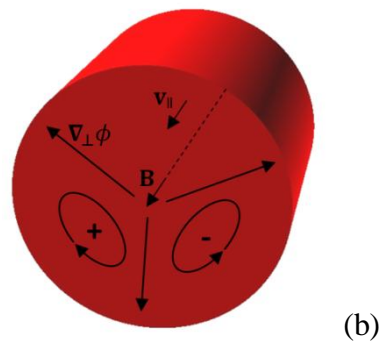
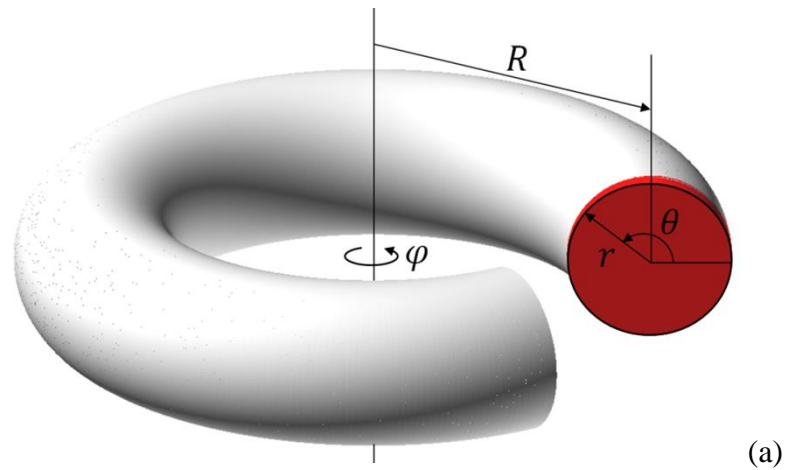


Figura 2.1: Seção transversal de um toróide (a) com as coordenadas locais polares no segmento em vermelho e a representação da trajetória das partículas do plasma (b) com as grandezas vetoriais do campo magnético, da componente do potencial eletrostático perpendicular ao campo magnético e da velocidade paralela.

3 Modelo de ondas eletrostáticas com determinados modos temporais

3.1 Equações diferenciais nas variáveis de ângulo e ação

O modelo introduz as equações básicas de movimento para descrever as trajetórias de partículas ao longo das linhas de campo magnético e submetidas às derivas elétricas. Consideramos um potencial de equilíbrio eletrostático na direção radial e ondas de deriva que se propagam nas direções poloidal e toroidal. Estas ondas de deriva surgem da não uniformidade na borda do plasma e são analisadas na seção toroidal de confinamento magnético no tokamak [4,5]. As flutuações do potencial eletrostático são escritas em função da amplitude, e de modos espaciais e temporais.

As trajetórias das partículas são descritas pelo movimento do centro de guia,

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = v_{\parallel} \frac{\mathbf{B}}{B} + \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2}, \quad (3.1.1)$$

onde as componentes desta equação são dadas por

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{1}{Br} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \theta}, \quad (3.1.2)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{v_{\parallel} B_{\phi}}{r B} + \frac{1}{rB} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial r} - \frac{E_r}{rB}, \quad (3.1.3)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{v_{\parallel}}{R}, \quad (3.1.4)$$

onde $\mathbf{x} = (r, \theta, \varphi)$ é dado em coordenadas locais polares. Esta configuração de plasma corresponde à aproximação cilíndrica de uma seção toroidal de um tokamak de grande razão

de aspecto. Nestas componentes, assumimos uma configuração magnética onde $B \cong B_\varphi \gg B_\theta$ e o fator de segurança dado por $q(r) = rB/RB_\theta$. O campo elétrico é constituído por uma parte de equilíbrio com intensidade dada por E_r , definido por um perfil radial, e uma parte flutuante, tal que $\tilde{\mathbf{E}} = -\nabla\tilde{\phi}$. Logo, este modelo permite investigar a influência simultânea do cisalhamento elétrico, devido às variações espaciais do campo elétrico, e do cisalhamento magnético, ao considerar as variações espaciais do fator de segurança, no transporte caótico na borda do plasma.

Para o potencial flutuante, utilizamos um espectro de ondas de deriva com modo finito,

$$\tilde{\phi}(x, t) = \sum_{m,l,n} \phi_{mln} \cos(m\theta - l\varphi - n\omega_0 t - \psi_0), \quad (3.1.5)$$

onde ϕ_{mln} é a amplitude de perturbação, ω_0 a menor frequência angular do espectro de ondas de deriva e ψ_0 uma fase inicial a ser escolhida [20]. Os modos espaciais poloidal e toroidal são definidos, respectivamente, pelos índices m e l , e o modo temporal pelo índice n . Portanto, podemos assumir uma ou mais ondas de deriva que descrevem as flutuações do potencial eletrostático do sistema.

Tabela 1: Variáveis e parâmetros do plasma que devem ser declarados no modelo numérico.

Menor frequência angular	ω_0
Modo temporal	n
Modo poloidal dominante	M
Modo toroidal dominante	L
Amplitudes dos potenciais flutuantes	ϕ_{MLn}
Velocidade paralela de rotação	v_{\parallel}
Raio maior da coluna de plasma	R
Raio menor da coluna de plasma	a
Perfil do campo elétrico radial	E_r
Campo magnético toroidal	B
Perfil do fator de segurança	q

Sabemos que os níveis de flutuações do potencial do plasma são mais expressivos na borda da coluna de plasma [28,29], assim consideramos o máximo deste potencial ϕ_{mln} nesta região radial. Adicionalmente, o espectro de ondas de deriva é escolhido de maneira que possa interferir no transporte de partículas com as alterações dos perfis de cisalhamento elétrico e magnético. Inicialmente, as simulações numéricas são realizadas para um espectro de ondas de deriva, caracterizado por modos espaciais dominantes M/L e finitos modos temporais n . Assim, as principais variáveis e parâmetros que devem ser escolhidos no modelo de ondas de deriva são apresentados na Tabela 1.

Substituindo o potencial flutuante definido pela Eq. (3.1.5) na Eq. (3.1.2), obtemos

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dt} = -\frac{1}{Br} \frac{\partial}{\partial \theta} \sum_{M,L,n} \phi_{MLn} [\cos(M\theta - L\varphi - \psi_0) \cos(n\omega_0 t) \\ + \sin(M\theta - L\varphi - \psi_0) \sin(n\omega_0 t)], \end{aligned} \quad (3.1.6)$$

Por conveniência, consideramos variáveis de ângulo e ação, respectivamente, como $\psi = M\theta - L\varphi$ e $I = (r/a)^2$. Desta forma, assumimos oscilações coerentes, onde ψ representa um ângulo helicoidal definido por modos dominantes. Ao considerar estas novas variáveis nas componentes do centro de guia, obtemos

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{v_{\parallel}}{Rq(I)} [M - q(I)L] - \frac{ME_r}{Ba\sqrt{I}} \quad (3.1.7)$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{2M}{Ba^2} \sum_{M,L,n}^N \phi_{MLn} \sin(\psi - n\omega_0 t - \psi_0) \quad (3.1.8)$$

onde a é o raio menor do plasma, R o raio maior do plasma e $q(I)$ o perfil do fator de segurança em função da variável de ação. No Apêndice A, apresentamos o modelo para um modo espacial dominante, sob o efeito de modos espaciais secundários de pequena amplitude eletrostática.

As trajetórias das partículas foram integradas pelo método numérico de Runge-Kutta de quarta ordem, e as intersecções no espaço de fase foram selecionadas no plano (I, ψ) em

tempos múltiplos de $2\pi/\omega_0$. Neste procedimento, é válido citar que o método numérico Runge-Kutta de quarta ordem mostrou-se com precisão suficiente e com menor tempo computacional quando comparado ao de oitava ordem com passo variável, para o conjunto de equações deste modelo. As amplitudes de perturbação escolhidas foram $\phi_{MLn=2} = 4.90 V$, $\phi_{MLn=3} = 0.85 V$ e $\phi_{MLn=4} = 0.10 V$, conforme mostrado na Figura 3.1. A distribuição deste espectro deve-se ao aumento da amplitude de perturbação que as partículas apresentam ao se aproximarem das paredes da câmara de confinamento.

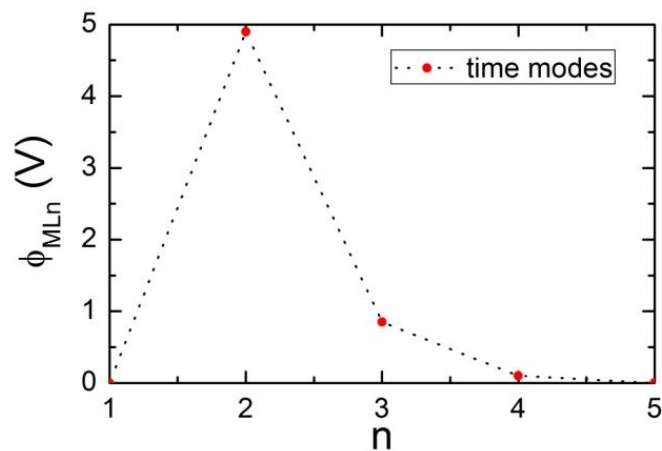


Figura 3.1: Espectro da onda de deriva para um modo dominante M/L com amplitudes $\phi_{MLn=2} = 4.90 V$, $\phi_{MLn=3} = 0.85 V$ e $\phi_{MLn=4} = 0.10 V$. Os modos temporais estão indicados pelo pontos em vermelho.

A dinâmica da resposta de onda de deriva não é considerada neste modelo, i.e., o espectro de ondas de deriva é mantido constante. Embora haja esta desvantagem, o modelo nos permite investigar a simultânea influência do cisalhamento elétrico e magnético na borda do plasma.

3.2 Cisalhamento do campo elétrico radial

Para investigar a influência dos perfis de campo elétrico E_r no transporte e verificar as condições de ressonância entre as ondas de deriva e as trajetórias das partículas, assumimos

um modo espacial dominante $M/L = 16/4$ e um perfil monotônico do fator de segurança com $q(a) = 4.0$ na borda do plasma. Consideramos também campos elétricos radiais caracterizados por perfis uniformes, monotônico e não-monotônico.

Os perfis monotônicos foram obtidos pela função linear $E_r = 2\alpha r + \beta$ e o perfil não-monotônico pela função não-linear $E_r = 3\alpha r^2 + 2\beta r + \gamma$, onde os coeficientes α , β e γ foram escolhidos para caracterização de cada perfil. Os coeficientes que formam o perfil elétrico radial E_r com cisalhamento positivo são definidos como $\alpha = -1.30 \times 10^3$ e $\beta = -1.60 \times 10^3$; para E_r com cisalhamento negativo temos $\alpha = 1.30 \times 10^3$ e $\beta = -2.40 \times 10^3$; e para E_r não-monotônico temos $\alpha = -80.00 \times 10^3$, $\beta = 31.95 \times 10^3$ e $\gamma = -6.00 \times 10^3$. Estes perfis de campos elétricos radiais, e seus correspondentes perfis de cisalhamento, calculados pela equação $S_{E_r} = (r/E_r)(dE_r/dr)$, são mostrados na Figura 3.2.

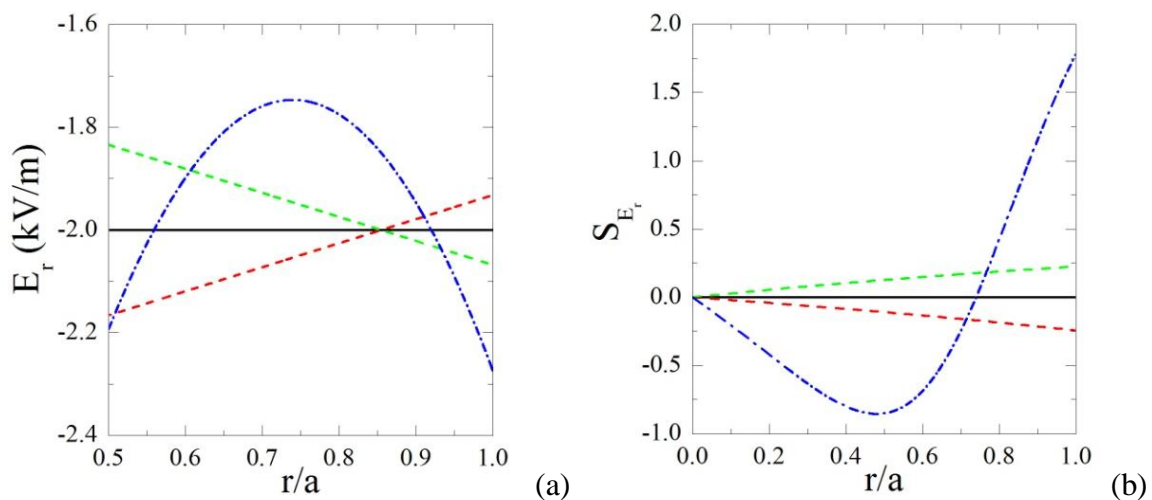


Figura 3.2: (a) Perfil do campo elétrico radial e (b) cisalhamento de campo elétrico para os perfis uniforme (linha sólida preta), monotônico com cisalhamento positivo/negativo (linha tracejada verde/vermelha) e não-monotônico (linha traço e ponto azul).

Para um estudo da influência dos campos de equilíbrio do plasma, assumimos uma velocidade paralela ao campo magnético que predomina ao longo de toda a trajetória das partículas que se encontram na borda do tokamak TCABR, $v_{\parallel} = 2.5 \text{ km/s}$ [27]. A menor frequência angular $\omega_0 = 6 \times 10^4 \text{ rad/s}$ foi selecionada no espectro de potências (Apêndice B) obtido através de medidas de potencial flutuante [30] do tokamak TCABR. Este tokamak

apresenta raio maior $R = 61 \text{ cm}$, raio da coluna de plasma $a = 18 \text{ cm}$ e campo magnético toroidal $B = 1.1 \text{ T}$. Apesar de estarmos utilizando os parâmetros do tokamak TCABR nas simulações numéricas, os resultados encontram-se normalizados e as dependências do transporte de partículas são válidas para diversos tokamaks de alta razão de aspecto, nos quais eletrodos de polarização são aplicados com o objetivo de modificar o campo elétrico de equilíbrio.

3.3 Cisalhamento do campo magnético

De maneira semelhante ao estudo do cisalhamento do campo elétrico radial, assumimos dois perfis de cisalhamento magnético, ou seja, perfis do fator de segurança. Estes perfis de campo magnético diferem entre si pelos valores que apresentam ao atingir a borda do plasma, e foram analisados ao considerar um campo elétrico radial não-monotônico, com o mesmo perfil apresentado na subseção anterior.

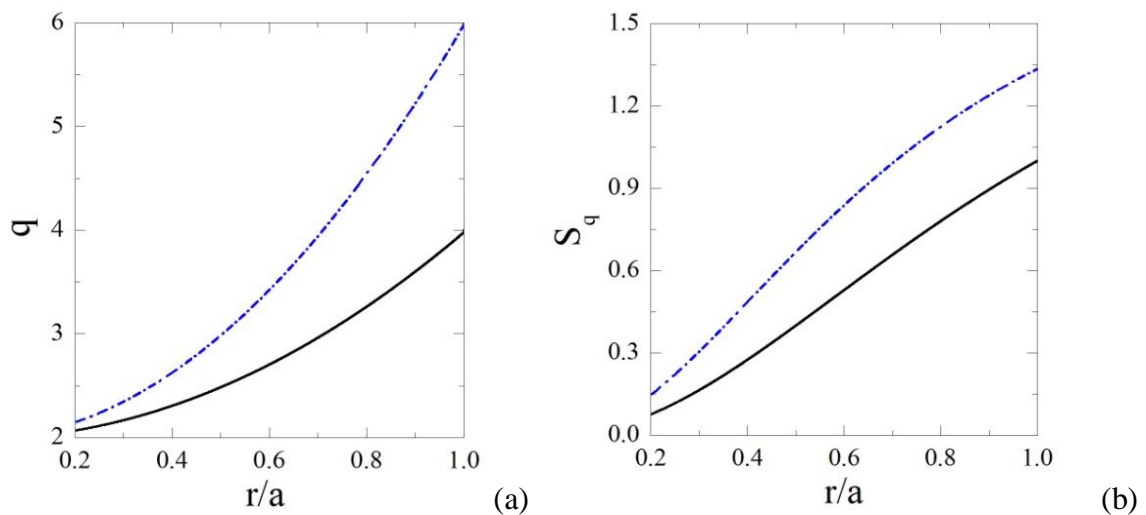


Figura 3.3: (a) Perfil do fator de segurança e (b) perfil do cisalhamento magnético para os casos onde (linha traço e ponto azul) $q(a) = 6$ e (linha sólida preta) $q(a) = 4$.

As simulações foram realizadas utilizando os seguintes perfis de fator de segurança: $q(r) = 2.0 + 4.0(r/a)^2$ e $q(r) = 2.0 + 2.0(r/a)^2$ para $r \leq a$, atingindo na borda do plasma, respectivamente, $q(a) = 6.0$ e $q(a) = 4.0$. Ambos os perfis de fator de segurança apresentam a correção $q(r) = q(a)(r/a)^2$ para $r > a$. O cisalhamento magnético destes perfis são obtidos por $S_q = (r/q)(dq/dr)$. Os fatores de segurança e os cisalhamentos magnéticos descritos anteriormente são mostrados na Figura 3.3.

Assim, as configurações magnéticas foram escolhidas com o objetivo de analisar a influência do cisalhamento magnético sobre o transporte de partículas causado pelas ondas de deriva e verificar, dentre as diferentes topologias apresentadas nos mapas de Poincaré, a presença de barreiras de transporte e a eventual reconexão de ilhas. Os demais parâmetros, utilizados no estudo do cisalhamento magnético, apresentam os mesmos valores da subseção anterior.

3.4 Desvio padrão médio

Para uma análise mais criteriosa do transporte radial de partículas e com o objetivo de quantificar a intensidade das flutuações eletrostáticas na borda do tokamak, calculamos a dependência temporal do desvio padrão médio [20],

$$\sigma^2(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (r_i(t) - r_i(0))^2, \quad (3.4.1)$$

onde N representa o número total de partículas inicialmente localizadas em uma dada posição radial. Este transporte se caracteriza pela relação que o desvio padrão médio apresenta com o com os valores temporais,

$$\sigma^2(t) \approx t^\gamma, \quad (3.4.2)$$

onde o expoente γ permite classificar o sistema em difusivo ($\gamma = 1$), subdifusivo ($\gamma < 1$) ou superdifusivo ($\gamma > 1$) [31].

O coeficiente de difusão temporal pode ser obtido a partir da Eq. (3.4.1),

$$D_r(t) = \frac{1}{2tN} \sum_{n=1}^N (r_i(t) - r_i(0))^2, \quad (3.4.3)$$

onde o limite $t \rightarrow \infty$ resulta no coeficiente de difusão para a coordenada radial.

Este procedimento numérico foi utilizado para diferenciar as regiões radiais observadas com trajetórias caóticas, onde as seções de Poincaré não eram consistentes para uma descrição completa do transporte na borda do plasma.

4 Resultados do modelo de ondas eletrostáticas com diferentes modos temporais

4.1 Mapas de Poincaré com cisalhamento do campo elétrico

Apresentamos neste capítulo os mapas de Poincaré obtidos por integração das equações no modelo numérico ao assumir uma grade de condições iniciais no espaço de fases. Utilizamos para a obtenção destes resultados o perfil de fator de segurança com $q(a) = 6$, conforme mostrado na Figura 3.3(a). As soluções destas integrações são selecionadas na seção toroidal $2\pi/\omega_0$ rad. Todos os mapas de Poincaré foram obtidos com a utilização do mesmo espectro de ondas de deriva, conseqüentemente, a alteração no transporte das partículas do plasma é observada sem necessariamente alterar os níveis de flutuação do potencial do plasma [32]. Nestes mapas de Poincaré, o raio menor do plasma corresponde à $I = 1.0$, mas os resultados são apresentados até $I = 1.2$ para que possamos identificar o transporte de partículas até a região da parede da câmara de confinamento. Para um campo elétrico radial E_r uniforme a trajetória caótica de partículas ocorre em $I \geq 0.6$, Figura 4.1(a).

Quando alteramos este perfil E_r para o caso monotônico com cisalhamento negativo, observamos que as ilhas são praticamente destruídas e envolvidas por trajetórias caóticas, como mostrado na Figura 4.1(b). Entretanto, estruturas periódicas surgem em $I \geq 0.9$ para um perfil E_r monotônico com cisalhamento positivo, Figura 4.1(c). Note que, os cisalhamentos dos perfis monotônicos de E_r apresentam o mesmo valor absoluto, mas resultam em diferentes comportamentos para transporte de partículas na borda do plasma, sendo que o cisalhamento positivo é observado com menos trajetórias caóticas.

Na Figura 4.1(d) temos o caso do perfil E_r não-monotônico, onde observamos que as estruturas topológicas no espaço de fase são altamente modificadas e uma curva invariante (destacada na cor vermelha) surge na borda do plasma. Esta curva é conhecida como barreira de transporte de partículas, e permite o aprisionamento de trajetórias caóticas dentro plasma.

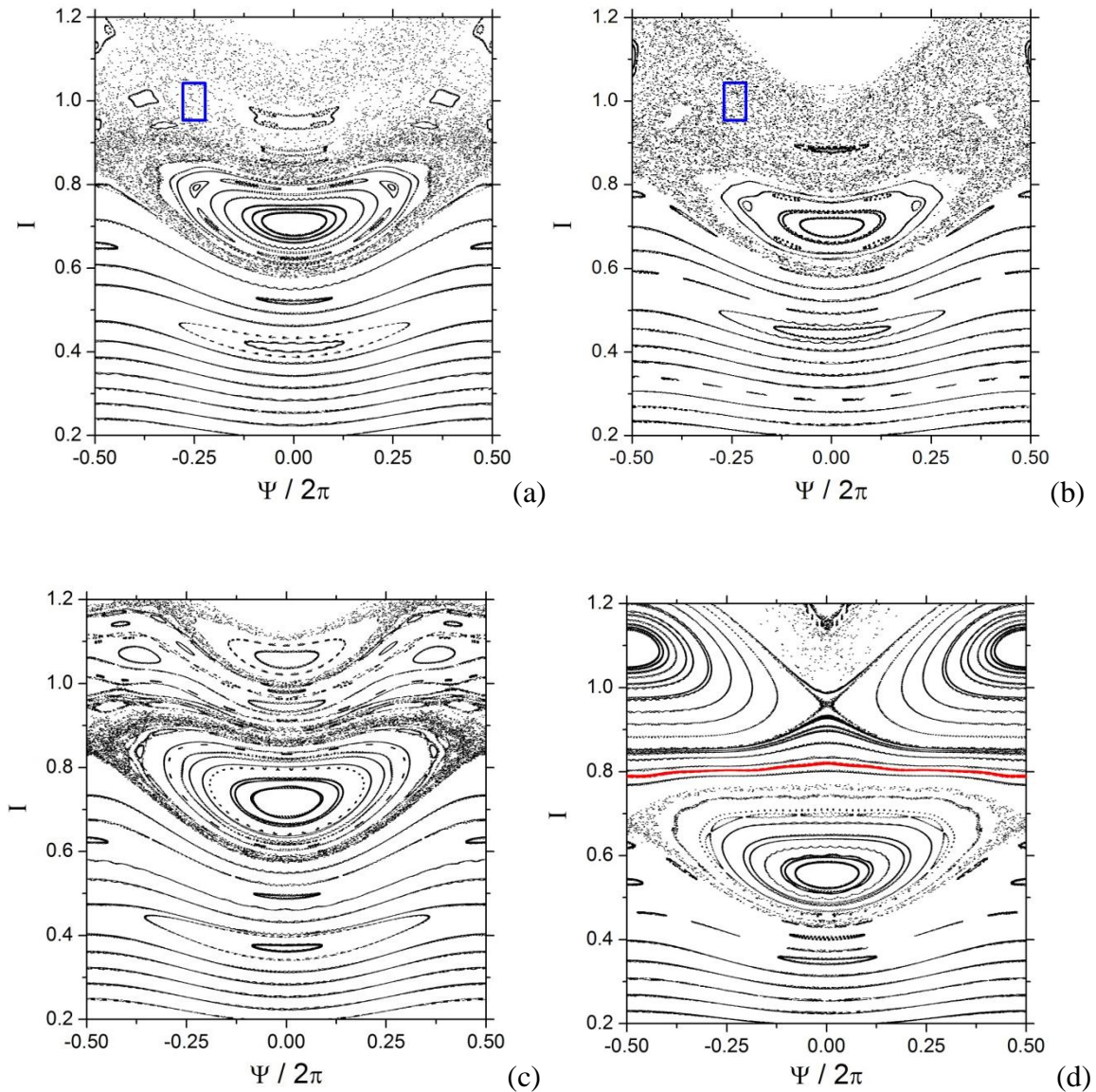


Figura 4.1: Mapas de Poincaré para os cisalhamentos de campo elétrico (a) uniforme, (b) monotônico com cisalhamento negativo, (c) monotônico com cisalhamento positivo e (d) não-monotônico. A curva sem cisalhamento está destacada na cor vermelha. As condições iniciais para o cálculo do desvio padrão médio estão localizadas nas grades destacadas na cor azul.

4.2 Considerações sobre a obtenção da curva sem cisalhamento

As ilhas periódicas nos mapas de Poincaré podem ser explicadas pelo cálculo das condições de ressonância para cada perfil do campo elétrico radial E_r . Para isto, assumimos a invariança da variável de ação na Eq. (3.1.7), resultando em $d/dt(\psi - n\omega_0 t) \approx 0$. Assim, a

condição de ressonância é obtida quando $(d\psi/dt)/\omega_0$ assume valores do modo temporal n para uma determinada ação I na Eq. (3.1.8).

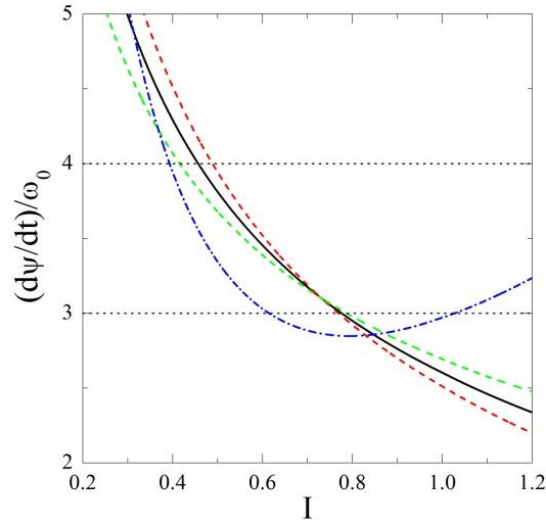


Figura 4.2: Condição de ressonância para campo elétrico radial com perfil (linha sólida preta) uniforme, (linha tracejada verde/vermelha) monotônico com cisalhamento positivo/negativo e (linha traço e ponto azul) não-monotônico.

Para o conjunto utilizado de perfis de campo elétrico radial E_r , calculamos as condições de ressonância, como mostrado na Figura 4.2. Observe que a ressonância $n = 4$ é relacionada à menor amplitude eletrostática no espectro de ondas de deriva (ver Figura 3.1) e ocorre em $I \approx 0.4$ para todos os perfis de E_r . No caso dos perfis de E_r uniforme e ambos monotônicos, a ressonância $n = 3$ é observada como uma simples perturbação em $I \approx 0.8$. Entretanto, o caso do perfil E_r não-monotônico revela uma ressonância $n = 3$ com dupla localização em $I \approx 0.6$ e $I \approx 1.0$, os quais correspondem às ilhas gêmeas separadas pela superfície invariante na Figura 4.1(d). Além disto, a ressonância $n = 2$ está relacionada à maior amplitude eletrostática no espectro de ondas de deriva e implica em ilhas secundárias na borda do plasma.

Para determinar a posição radial da curva invariante sem cisalhamento (sem *shear*) na Figura 4.1(d), calculamos o número de rotação, definido por $\Omega = \lim_{i \rightarrow \infty} \Delta\psi_i/i$. Para isto, cada variável de ação I fornece uma condição inicial para Ω , e $d\Omega/dI \approx 0$ indica o ponto sem cisalhamento, conforme mostra a Figura 4.3. Sabemos que o cisalhamento elétrico invertido

(pela variação de polaridade na borda) pode gerar condições para a formação de uma barreira de transporte de partículas localizadas na posição radial sem cisalhamento [20,29]. Esta barreira de transporte separa as órbitas das partículas no espaço de fase e reduz o transporte radial [33,34].

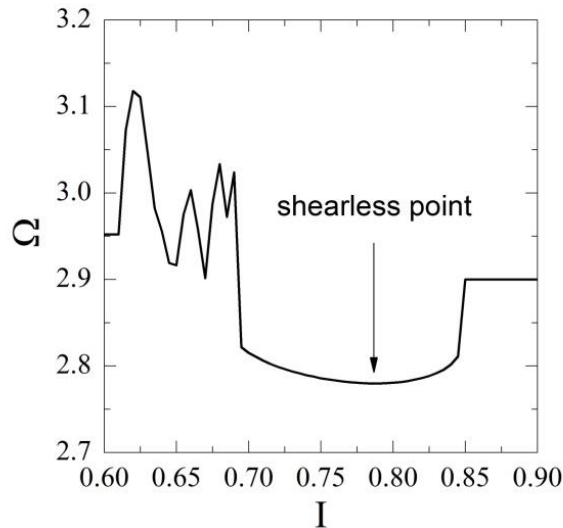


Figura 4.3: Número de rotação para o perfil de campo elétrico não-monotônico.

No mapa da Figura 4.1(d), identificamos a curva invariante, a qual representa uma barreira de transporte gerada pela configuração de cisalhamento elétrico invertido da Figura 3.2. Note que esta curva está localizada no ponto radial sem cisalhamento onde $d\Omega/dI \approx 0$ (ver posição radial da Figura 4.3). Ainda que esta barreira de transporte estivesse destruída pelas perturbações de outras ondas, sabemos que as órbitas caóticas podem apresentar alta aderência ao redor das ilhas remanescentes reduzindo o transporte radial [35,36].

Na Figura 4.1(d) também observamos que o cisalhamento magnético gerou um deslocamento radial desta barreira de transporte. Note na Figura 3.2(b) que a posição sem cisalhamento para o perfil E_r não-monotônico está em $r/a \approx 0.7$, o qual corresponde à $I \approx 0.5$. Entretanto, vemos na Figura 4.1(d) a curva invariante localizada em $I \approx 0.8$. Este deslocamento ocorre devido ao cisalhamento magnético, o qual está implícito pela presença do perfil do fator de segurança na Eq. (3.1.8), usado para calcular a evolução da fase. Outros

efeitos do cisalhamento magnético na barreira de transporte são analisados com mais detalhes na próxima seção.

4.3 Transporte de partículas

Na seção anterior, notamos uma similaridade das regiões caóticas nos mapas de Poincaré com o uso de perfis E_r uniforme e monotônico com cisalhamento negativo, respectivamente, Figuras 4.1(a) e 4.1(b).

Observamos na Figura 4.4 que o desvio padrão médio para o perfil E_r monotônico com cisalhamento negativo apresenta um menor transporte radial de partículas ao ser comparado ao caso do perfil E_r uniforme. Logo, a existência do cisalhamento elétrico permite uma redução do transporte na região da borda do plasma.

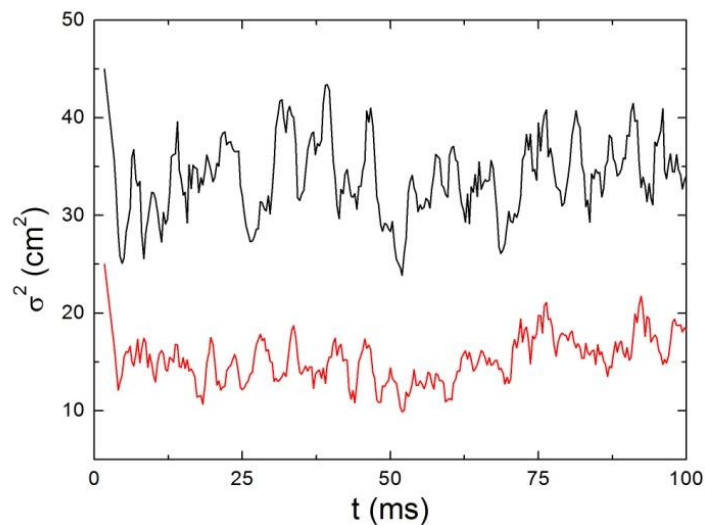


Figura 4.4: Desvio padrão médio para perfil (linha sólida preta) uniforme do campo elétrico radial e (linha sólida vermelha) monotônico do campo elétrico radial com cisalhamento negativo.

Assumindo o mesmo conjunto de condições iniciais e tempo de integração, um número maior de intersecções de trajetórias são observados na região caótica para o perfil E_r monotônico com cisalhamento negativo, Figura 4.1(b). Isto ocorre devido à melhora do confinamento ao longo da direção toroidal, tal que mais intersecções são selecionadas no

mapa de Poincaré. Portanto, o perfil E_r monotônico gerou um cisalhamento com intensidade suficiente para que o fluxo poloidal $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ fosse capaz de reduzir o transporte causado por ondas de deriva, como inicialmente proposto por H. Biglari et al. [37].

4.4 Mapas de Poincaré com cisalhamento do campo magnético

Ao comparar as órbitas das partículas representadas pelos mapas de Poincaré, mostraremos que as alterações entre os perfis do fator de segurança na borda do plasma modificam significativamente o transporte na região onde o cisalhamento é nulo. Estas modificações no transporte de partículas ocorrem devido à aproximação das ilhas gêmeas ao redor da barreira de transporte sem cisalhamento. Dois perfis de fator de segurança foram escolhidos de forma a evidenciar as alterações das órbitas com as variações do cisalhamento magnético. As escolhas dos perfis de fator de segurança satisfazem a condição de ressonância requerida para a existência da barreira sem cisalhamento, ou seja, ambos os perfis de fator de segurança apresentam variações de sua intensidade ao longo das posições radiais que interferem na posição da barreira de transporte.

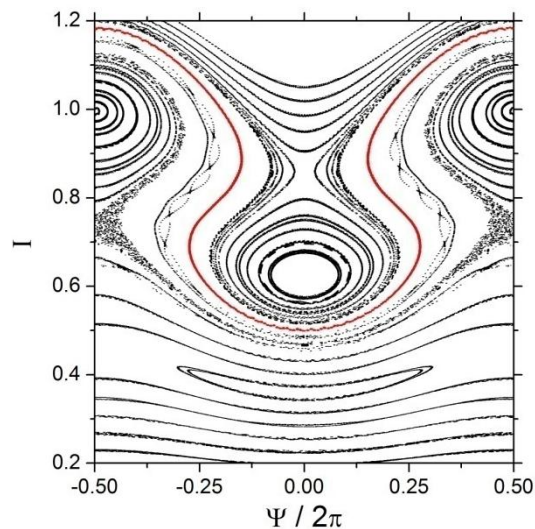


Figura 4.5: Mapa de Poincaré para o fator de segurança $q(a) = 4$ na borda do plasma. A curva sem cisalhamento está destacada na cor vermelha.

Na Figura 4.5, observamos as ilhas dimerizadas após o processo de reconexão das separatrizes [38,39]. Esta reconexão ocorre devido à pequena separação existente entre o ponto hiperbólico da cadeia superior (inferior) e o ponto elíptico da cadeia inferior (superior) quando o cisalhamento magnético é reduzido. Na Figura 4.6, apresentamos a condição de ressonância para a condição $(d\psi/dt)/\omega_0 = 3$. Assim, a aproximação entre as cadeias de ilhas gêmeas pode ser entendida ao se verificar uma separação menor entre as posições de ressonância para o cisalhamento magnético, gerado por $q(a) = 4.0$.

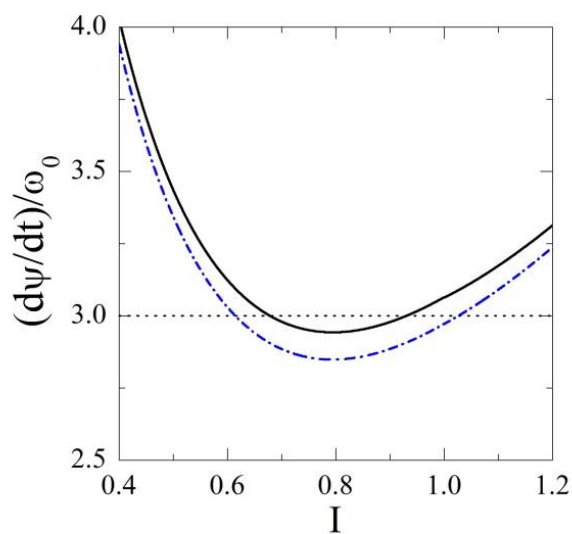


Figura 4.6: Condição de ressonância ao redor de $n = 3$ para os casos onde (linha traço e ponto azul) $q(a) = 6$ e (linha sólida preta) $q(a) = 4$.

As diferenças topológicas entre as ilhas gêmeas na região ao redor da curva invariante sem cisalhamento, mostrada nos mapas da Figura 4.1(d) e Figura 4.5, estão associadas à reconexão das órbitas. Essas reconexões são típicas em sistemas não-monotônicos que apresentam mapas não *twist* com curvas sem cisalhamento. Além disto, a redução do cisalhamento magnético induz o surgimento de curvas do tipo *meanders*, i.e., curvas invariantes em ambos os lados da curva sem cisalhamento [40,41].

4.5 Efeitos do espectro de ondas de deriva

Para analisar a influência do espectro de ondas de deriva no transporte de partículas, assumimos dois espectros caracterizados por pequenas modificações das amplitudes dos potenciais flutuantes, e calculamos a difusão radial que as partículas apresentam em ambos os casos [42]. Assumimos um perfil não-monotônico do campo elétrico radial e um fator de segurança monotônico com $q(a) = 4.0$ na borda do plasma, descritos pelas mesmas funções apresentadas no Capítulo 3.

Os espectros que foram comparados nesta seção são mostrados na Figura 4.7. As amplitudes dos potenciais flutuantes no caso (a) são dadas por $\phi_{MLn=2} = 1.30 V$, $\phi_{MLn=3} = 0.60 V$ e $\phi_{MLn=4} = 0.20 V$, e no caso (b), $\phi_{MLn=2} = 1.45 V$, $\phi_{MLn=3} = 1.10 V$ e $\phi_{MLn=4} = 0.55 V$. Para ambos os casos, como não houve modificação dos perfis de equilíbrio e dos demais parâmetros a serem considerados, as condições de ressonância são equivalentes, como mostra a Figura 4.8. Também observamos uma dupla ressonância (linha tracejada da Figura 4.8) gerada devido à escolha dos perfis de equilíbrio, conforme discutimos nas seções anteriores deste capítulo.

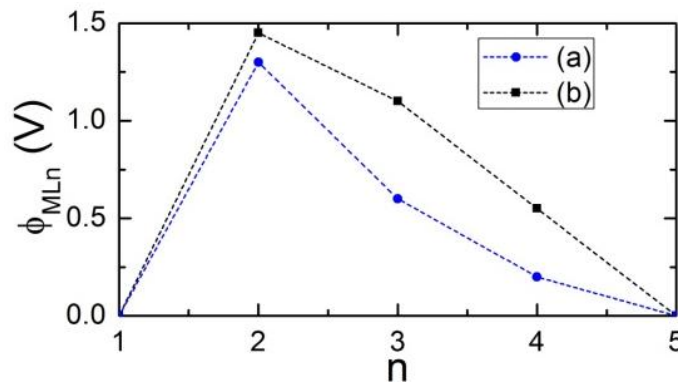


Figura 4.7: Espectros das ondas de deriva para um modo dominante M/L com amplitudes no caso (a) $\phi_{MLn=2} = 1.30 V$, $\phi_{MLn=3} = 0.60 V$ e $\phi_{MLn=4} = 0.20 V$ e no caso (b) $\phi_{MLn=2} = 1.45 V$, $\phi_{MLn=3} = 1.10 V$ e $\phi_{MLn=4} = 0.55 V$.

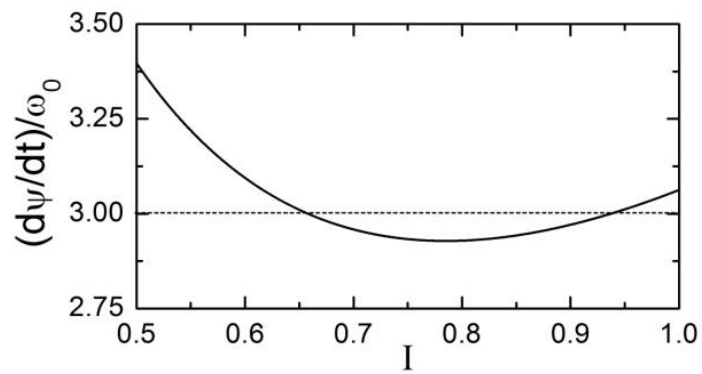


Figura 4.8: Condição de ressonância para ambos os espectros apresentados na Figura 4.7.

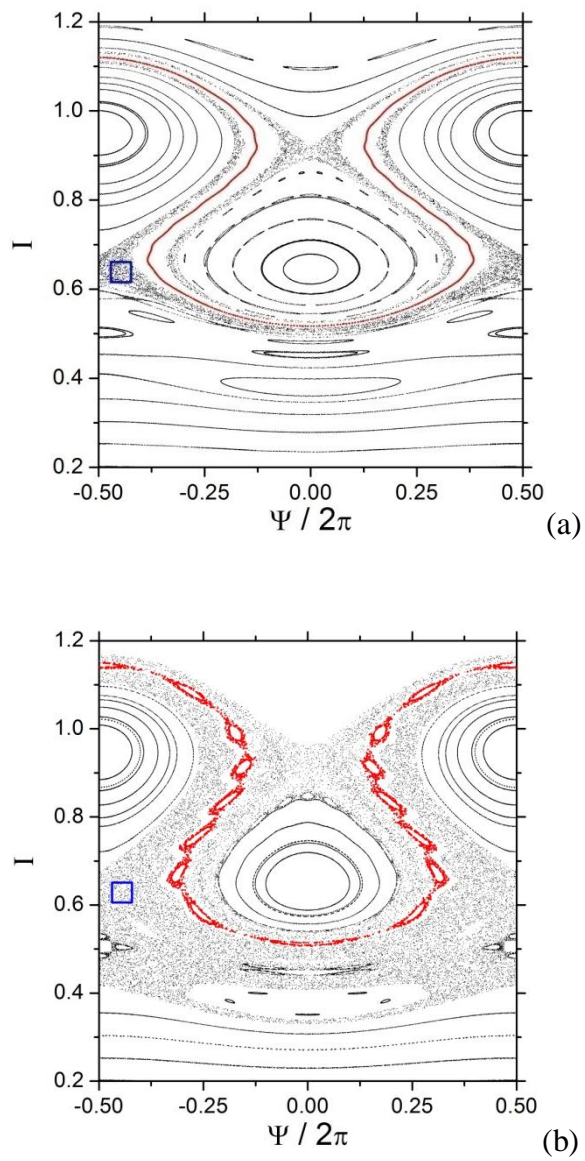


Figura 4.9: Mapa de Poincaré (a) para o caso de um espectro de onda de deriva dado pelo caso (a) e mapa de Poincaré (b) para o espectro do caso (b) da Figura 4.7. A curva sem

cisalhamento está destacada na cor vermelha em ambos os mapas. As condições iniciais para o cálculo do coeficiente de difusão estão localizadas nas grades destacadas na cor azul.

Apesar da igualdade obtida pela condição de ressonância, observamos diferenças na topologia dos mapas de Poincaré entre os casos (a) e (b), os quais são mostrados, respectivamente, nas Figuras 4.9(a) e 4.9(b). Nestas seções de Poincaré, encontram-se destacadas (em vermelho) as curvas sem cisalhamento, as quais apresentam modificações em sua estrutura com as variações impostas pelos potenciais flutuantes dos espectros de ondas de deriva.

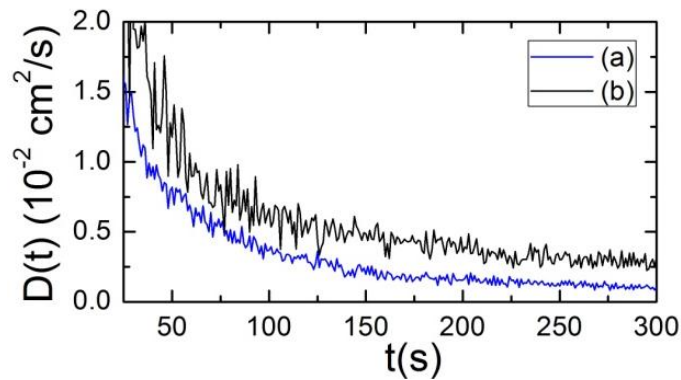


Figura 4.10: Coeficiente de difusão radial com dependência temporal para o caso (a) e (b) das Figuras 4.7 e 4.9.

Para uma análise completa deste transporte de partículas, calculamos a difusão que as trajetórias das partículas apresentaram nestes mapas, conforme mostra a Figura 4.10. Para este cálculo utilizamos condições iniciais localizadas nas grades destacadas na cor azul da Figura 4.9. Logo, observamos um aumento do transporte com o aumento das amplitudes do potencial flutuante que formam o espectro de ondas de deriva.

5 Modelo de ondas eletrostáticas coerentes

Diversos experimentos em tokamaks indicam um amplo espectro de frequências de ondas de deriva para cada número de onda, sendo que estas ondas mostram-se com amplitudes significativas que implicam em trajetórias caóticas de partículas. Assim, reescrevemos neste capítulo as equações diferenciais que descrevem as trajetórias das partículas em equações de mapas, as quais assumem um modo espacial dominante com infinitas perturbações temporais ($n \rightarrow \infty$) de mesma amplitude.

5.1 Equações do mapa

Para que as equações diferenciais de ângulo e ação, respectivamente, dadas pelas Equações (3.1.7) e (3.1.8), estejam na forma de um mapa simplético, devemos supor uma função delta de Dirac para a soma dos modos temporais [20].

Substituindo o potencial flutuante Eq. (3.1.5) na equação diferencial radial Eq. (3.1.2), obtemos

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dt} = & -\frac{1}{Br} \frac{\partial}{\partial \theta} \sum_{m,l,n} \phi_{mln} [\cos(m\theta - l\varphi - \psi_0) \cos(n\omega_0 t) \\ & + \sin(m\theta - l\varphi - \psi_0) \sin(n\omega_0 t)]. \end{aligned} \quad (5.1.1)$$

Supondo,

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sin(n\omega_0 t) = 0 \quad e \quad (5.1.2)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \cos(n\omega_0 t) = 2\pi \sum \delta(\omega_0 t - 2\pi n), \quad (5.1.3)$$

obtemos

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{2\pi}{Br} \sum_{m,l,n} m \phi_{mln} \sin(m\theta - l\varphi - \psi_0) \delta(\omega_0 t - 2\pi n) , \quad (5.1.4)$$

onde neste modelo iremos considerar iterações impulsivas no tempo $t = 2\pi n/\omega_0$.

Ao considerarmos modos espaciais dominantes e as variáveis de ângulo e ação como no Capítulo 4, obtemos

$$\frac{dl}{dt} = \frac{2r}{a^2} \frac{dr}{dt} = \frac{4\pi}{a^2 B} M \phi_{MLn} \sin(\psi - \psi_0) \sum_n \delta(\omega_0 t - 2\pi n) \quad e \quad (5.1.5)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{v_{\parallel}}{Rq(I)} [M - q(I)L] - \frac{ME_r}{Ba\sqrt{I}} , \quad (5.1.6)$$

integrando sobre o tempo de um impulso, obtemos

$$I = I + \frac{4\pi}{a^2 B} \frac{M \phi_{ML}}{\omega_0} \sin(\chi) , \quad (5.1.7)$$

$$\chi_{N+1} = \chi_N + R_1(I_{N+1}) + R_2(I_{N+1}) , \quad (5.1.8)$$

$$R_1(I) = \frac{v_{\parallel}(I)}{\omega_0 R q(I)} [M - L q(I)] \quad e \quad (5.1.9)$$

$$R_2(I) = -\frac{M}{\omega_0 a B} \frac{E_r(I)}{\sqrt{I}} . \quad (5.1.10)$$

Para que estas equações sejam resolvidas, devemos introduzir os campos elétricos e magnéticos de equilíbrio. Além disto, o perfil de velocidade paralela do plasma deverá ser inserido neste modelo, considerando-se sua dependência experimental com a posição radial de confinamento [27,43,44]. Neste capítulo, estamos interessados em estudar o transporte na borda do plasma, onde $R_1(I) \gg R_2(I)$, conseqüentemente, as condições de ressonância são

determinadas principalmente pelo fator de segurança $q(I)$ e pelo perfil da velocidade paralela $v_{\parallel}(I)$ que se encontram em $R_1(I)$.

O mapa é integrável ao assumir uma amplitude de perturbação $\phi_{ML} = 0$, tornando todas as órbitas regulares, periódicas ou quase-periódicas para qualquer condição inicial, $I = I_0$ e $\Delta\chi \equiv R_1(I) + R_2(I)$. Neste caso, o perfil do número de rotação $\Omega(I)$ é constante ao longo das órbitas para cada condição inicial I_0 . Assim, cada linha invariante é horizontal no espaço de fases e caracterizada por um determinado número de rotação. Com a inclusão da onda, $\phi_{ML} \neq 0$, temos a quebra da integrabilidade e I_0 não é mais uma constante do movimento. Mesmo assim, podemos definir o número de rotação para as linhas invariantes onduladas, como $\Omega = \lim_{i \rightarrow \infty} \Delta\Psi_i/i$. Portanto, o perfil do número de rotação será um parâmetro de análise dependente do valor da posição radial normalizada I do plasma.

Ao considerar a perturbação de onda, o mapa descreve um espaço de fases com a mistura de órbitas regulares e caóticas. O transporte de partículas ocorre em qualquer posição em que as trajetórias são caóticas, e para estas órbitas o número de rotação não é definido. Neste contexto, as curvas invariantes remanescentes atuam como barreiras de transporte de partículas, mas podem ser destruídas com o aumento da amplitude de perturbação da onda [45]. Entretanto, uma linha invariante pode resistir ao aumento desta amplitude de perturbação se o seu número de rotação apresentar em módulo o valor máximo. Esta linha sem cisalhamento atua como uma barreira de transporte [32,46], limitando as trajetórias em diferentes regiões do espaço de fases. Logo, um aumento de maior intensidade desta amplitude se faz necessário para que a barreira seja destruída e o transporte seja global.

5.2 Perfis de campo elétrico, magnético e de velocidade paralela

Nesta seção, assumimos um modo espacial dominante $M/L = 15/6$ e um perfil elétrico radial não-monotônico para investigar a influência da velocidade paralela com o uso de diferentes configurações magnéticas, definidas pelos perfis monotônico e não-monotônico do fator de segurança. Para isto, combinamos perfis de velocidade paralela das partículas com estes perfis magnéticos. A velocidade paralela apresenta os seguintes perfis: uniforme positivo, uniforme negativo e não-uniforme (com cisalhamento na borda do plasma). Os

parâmetros e perfis utilizados são compatíveis com os perfis experimentais observados no tokamak TCABR (Apêndice C), e estes perfis foram escolhidos para as análises numéricas das ondas de deriva.

O perfil radial do campo elétrico não-monotônico é mostrado na Figura 5.1, dado por $E_r = 3\alpha r^2 + 2\beta r + \gamma$, onde os coeficientes são $\alpha = 80.00 \times 10^3$, $\beta = 31.95 \times 10^3$ e $\gamma = 3.00 \times 10^3$. Todos os resultados desta seção são obtidos ao assumir este perfil radial elétrico não-monotônico, o qual é entendido como fator para o desenvolvimento da barreira de transporte de partículas, e permite aprisionar trajetórias caóticas na região interna da coluna do plasma. Os perfis do fator de segurança são mostrados na Figura 5.2, onde utilizamos $q(I) = 2.00 + 3.00 I^2$ para o perfil monotônico, e $q(I) = 5.00 - 6.30 I^2 + 6.30 I^3$ para o caso não-monotônico. Estes perfis são escolhidos para investigar a influência dos cisalhamentos elétrico e magnético.

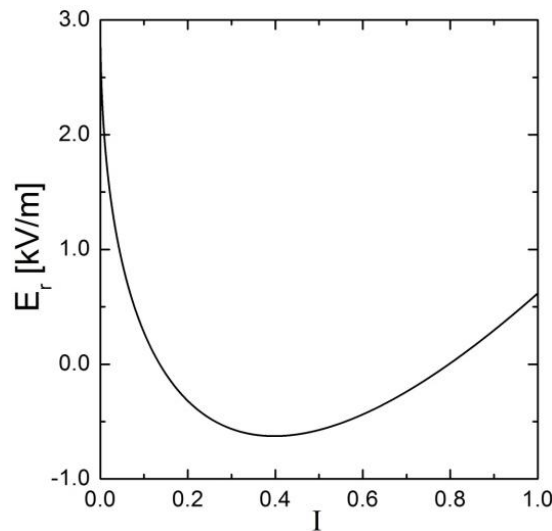


Figura 5.1: Perfil radial não-monotônico do campo elétrico.

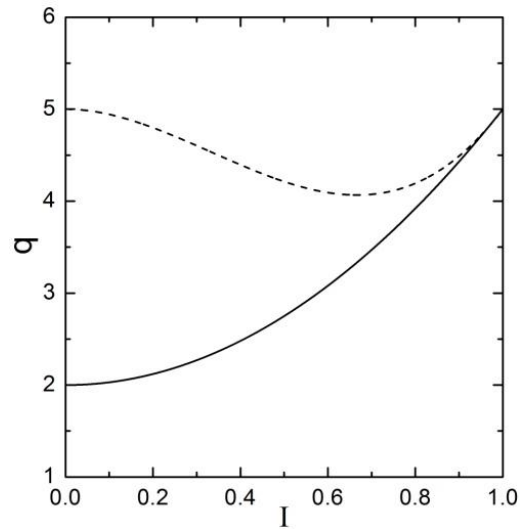


Figura 5.2: Perfis radiais monotônico (linha sólida) e não-monotônico (linha-tracejada) do fator de segurança.

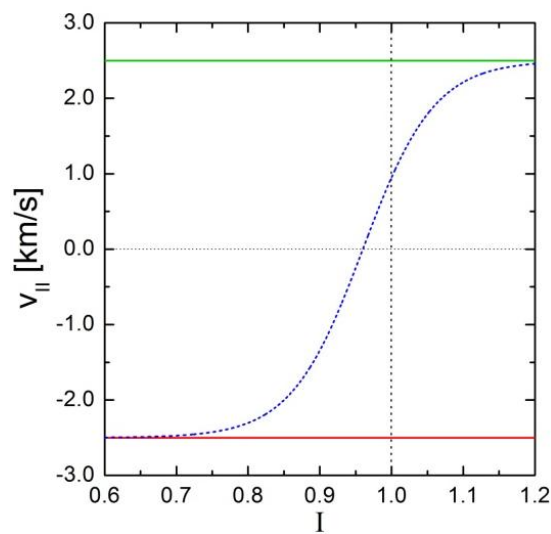


Figura 5.3: Perfis uniforme positivo (linha sólida verde), uniforme negativo (linha sólida vermelha) e não-uniforme (linha tracejada azul) da velocidade paralela.

As simulações são realizadas com o uso das velocidades $v_{\parallel} = 2.5 \text{ km/s}$, $v_{\parallel} = -2.5 \text{ km/s}$ e $v_{\parallel}(I) = 2.5 \tanh(10.0 I - 9.6) \text{ [km/s]}$ no caso do perfil com cisalhamento, o qual é caracterizado por um gradiente na borda do plasma, veja a Figura 5.3. Nestas

simulações assumimos a menor frequência angular do espectro de potência na borda do plasma como $\omega_0 = 6 \times 10^4 \text{ rad/s}$ [29].

Ao assumir um espectro de ondas de deriva caracterizado por infinitos modos temporais, e perfis de equilíbrio conforme apresentados nesta seção, observamos a presença de infinitas perturbações na região caótica do plasma. Tratam-se de perturbações provenientes dos infinitos impulsos ao considerar uma função delta de Dirac nas equações do modelo, as quais são iteradas para a obtenção dos mapas simpléticos. Para uma breve análise destas infinitas perturbações geradas pelo espectro, consideramos um perfil não-monotônico de campo elétrico radial e um perfil não-monotônico do fator de segurança, com o uso de uma velocidade paralela uniforme $v_{\parallel} = 2.5 \text{ km/s}$.

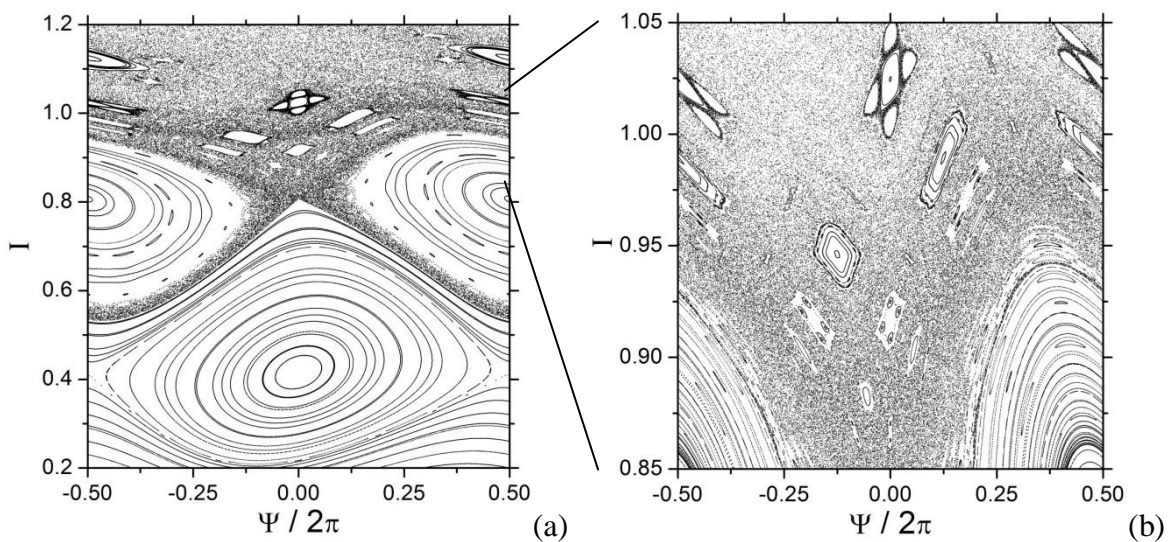


Figura 5.4: Mapa simplético (a) para um potencial flutuante $\phi_{ML} = 0.65 \text{ V}$ e (b) o mesmo mapa ampliado na borda do plasma.

Na Figura 5.4(a), apresentamos um mapa simplético obtido pela iteração das Eqs. (5.1.7) - (5.1.10) para diversas condições iniciais [42]. Logo, este mapa simplético apresenta uma estrutura topológica similar àquelas obtidas pelo modelo dado pela integração numérica das equações diferenciais (Capítulo 4). Entretanto, por este mapa simplético apresentar infinitos modos temporais na borda do plasma, espera-se identificar infinitas perturbações nesta região radial, como mostra claramente a Figura 5.4(b). Para uma análise completa da influência dos diversos perfis de equilíbrio, assim como da velocidade paralela, no transporte

de partículas na borda do plasma, apresentamos no próximo capítulo o efeito isolado destas variáveis que devem ser assumidas nas equações de mapa.

6 Resultados do modelo de ondas eletrostáticas coerentes

Investigamos a trajetória das partículas sob a influência dos perfis de velocidade paralela e dos perfis do fator de segurança. Para isto, calculamos numericamente o perfil do número de rotação, o qual é definido por $\Omega = \lim_{i \rightarrow \infty} \Delta\Psi_i/i$. As órbitas periódicas destas trajetórias são localizadas ao redor das posições radiais onde o número de rotação assume valores inteiros e a curva sem cisalhamento é localizada nos pontos de mínimos e máximos dos perfis do número de rotação.

6.1 Mapas de Poincaré com perfil de fator de segurança monotônico para diferentes perfis de velocidade paralela

Obtivemos os mapas de Poincaré com o uso dos perfis de velocidade paralela (Figura 5.3), do perfil não-monotônico de campo elétrico (Figura 5.1) e do perfil monotônico do fator de segurança (Figura 5.2). Para cada perfil de velocidade, apresentamos o conjunto de órbitas no espaço de fases e os perfis do número de rotação. As órbitas periódicas são observadas ao redor da posição radial onde o número de rotação assume valores racionais e a curva sem cisalhamento é localizada na posição radial onde ocorre o máximo ou o mínimo do perfil do número de rotação.

Na Figura 6.1 apresentamos as seções de Poincaré ao considerar uma amplitude do potencial flutuante de $\phi_{ML} = 250 \text{ mV}$. Para o perfil positivo uniforme de velocidade paralela, observamos a condição de ressonância ao redor de $I = 0.5$ e trajetórias caóticas de partículas em $I > 0.8$, como mostra a Figura 6.1(a). Para um perfil negativo uniforme de velocidade paralela, observamos que as posições radiais dos pontos fixos elípticos são substituídas pelos pontos hiperbólicos, conforme mostrado na Figura 6.1(b). O mapa simplético para o caso do perfil de velocidade paralela não-uniforme é apresentado na Figura 6.1(c), no qual observamos que as ilhas mais internas da coluna de plasma, aproximadamente em $I = 0.5$, são similares às obtidas na Figura 6.1(b). Entretanto, observamos estruturas periódicas

contornadas por trajetórias caóticas, onde o ponto elíptico está localizado em $\Psi/2\pi \approx 0$, tal como é visto na Figura 6.1(a).

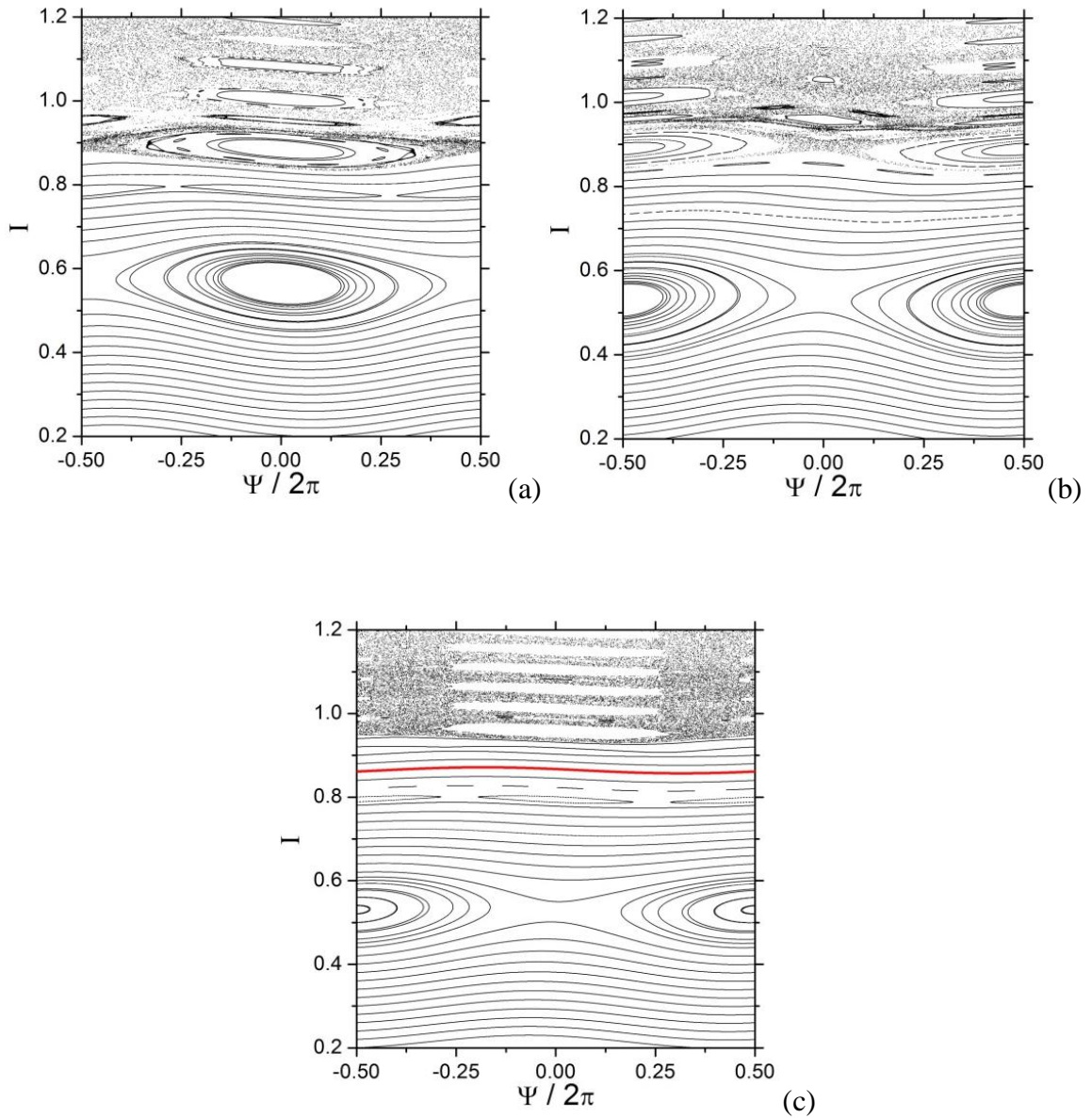


Figura 6.1: Mapas de Poincaré ao considerar a amplitude do potencial flutuante $\phi_{ML} = 250 \text{ mV}$ e perfis de velocidade paralela positivo uniforme (a), negativo uniforme (b) e não-uniforme (c), correspondentes aos perfis da Figura 5.3. A curva sem cisalhamento está destacadas na cor vermelha em (c). Para estes mapas utilizamos o perfil de fator de segurança monotônico, correspondente ao da Figura 5.2.

Apresentamos na Figura 6.2 os perfis do número de rotação de acordo com as seções de Poincaré apresentadas na Figura 6.1. Para que os resultados sejam comparados, o número de rotação também foi obtido para uma amplitude de perturbação de onda nula, assumindo uma condição inicial em $\Psi/2\pi = 0$. Na Figura 6.2(a) obtemos valores negativos para o número de rotação devido às mudanças implícitas em $\Delta\Psi$ de valores positivos para negativos. Assim, alterando o sinal da velocidade paralela v_{\parallel} , modificamos a variação da helicidade (rotação do plasma).

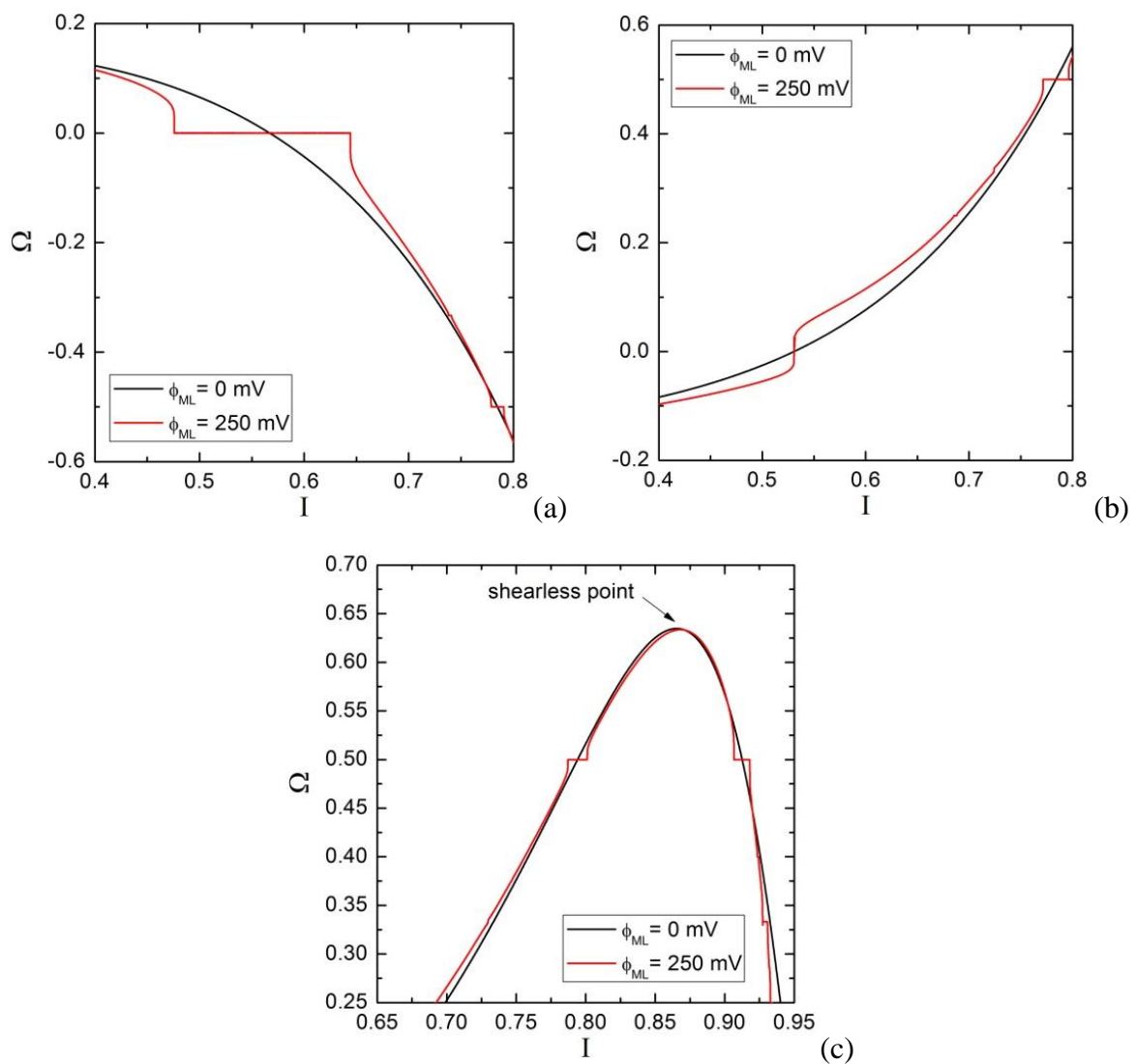


Figura 6.2: Perfis do número de rotação calculado para a posição angular $\Psi/2\pi = 0$ utilizando perfis de velocidade paralela positiva uniforme (a), negativa uniforme (b) e não-uniforme (c). Para estes cálculos foram utilizados os mesmos parâmetros dos mapas da Figura 6.1.

Note na Figura 6.1(a) a ilha próxima à $I = 0.5$, a qual corresponde à condição de ressonância com o número de rotação nulo. Quando alteramos o sinal de v_{\parallel} na Figura 6.2(b), obtemos uma mudança do ponto elíptico para um hiperbólico, localizado ao redor de $I = 0.5$. Para $d\Omega/dI \approx 0$ na Figura 6.2(c), observamos a posição radial correspondente à curva sem cisalhamento, a qual é destacada na cor vermelha na Figura 6.1(c). Portanto, o valor máximo do perfil do número de rotação para o perfil de velocidade não-uniforme é obtido em $I \approx 0.86$. Através deste procedimento, determinamos a curva sem cisalhamento no mapa da Figura 6.1(c) para uma condição inicial ($I = 0.86, \Psi/2\pi = 0$).

6.2 Mapas de Poincaré com perfil de fator de segurança não-monotônico para diferentes perfis de velocidade paralela

Para complementar a Seção 6.1, investigamos os efeitos do perfil de velocidade paralela sobre o transporte de partículas ao assumir um perfil do fator de segurança não-monotônico, mostrado na Figura 5.2. Para um perfil positivo uniforme de velocidade paralela, observamos na Figura 6.3(a) uma dupla ressonância localizada em $I \approx 0.7$ e as trajetórias caóticas das partículas ocorrem para $I > 0.9$. Como discutido na Seção 6.1, a mudança entre os perfis uniformes de velocidade paralela (positivo e negativo) implicam no deslocamento da posição do ponto elíptico para o ponto hiperbólico, observado através da Figura 6.3(b). No caso do perfil de velocidade paralela não-uniforme, obtivemos um mapa simplético caracterizado por ambas regiões radiais das Figuras 6.3(a) e 6.3(b), mas com uma evidência de uma bifurcação sela-nó na borda do plasma [34], conforme mostrado na Figura 6.3(c).

As estruturas periódicas obtidas nestes mapas podem ser explicadas através do perfil do número de rotação mostrados na Figura 6.4. Através destes perfis, observamos ilhas gêmeas causadas pela ressonância com um valor racional do número de rotação Ω . Ao comparar a posição da linha sem cisalhamento com as ilhas gêmeas nas Figuras 6.4(a) e 6.4(b), identificamos a ocorrência de uma bifurcação envolvendo a reconexão das ilhas [47]. Entretanto, na Figura 6.4(c) observamos uma ressonância de diferente topologia, a qual será discutida adiante.

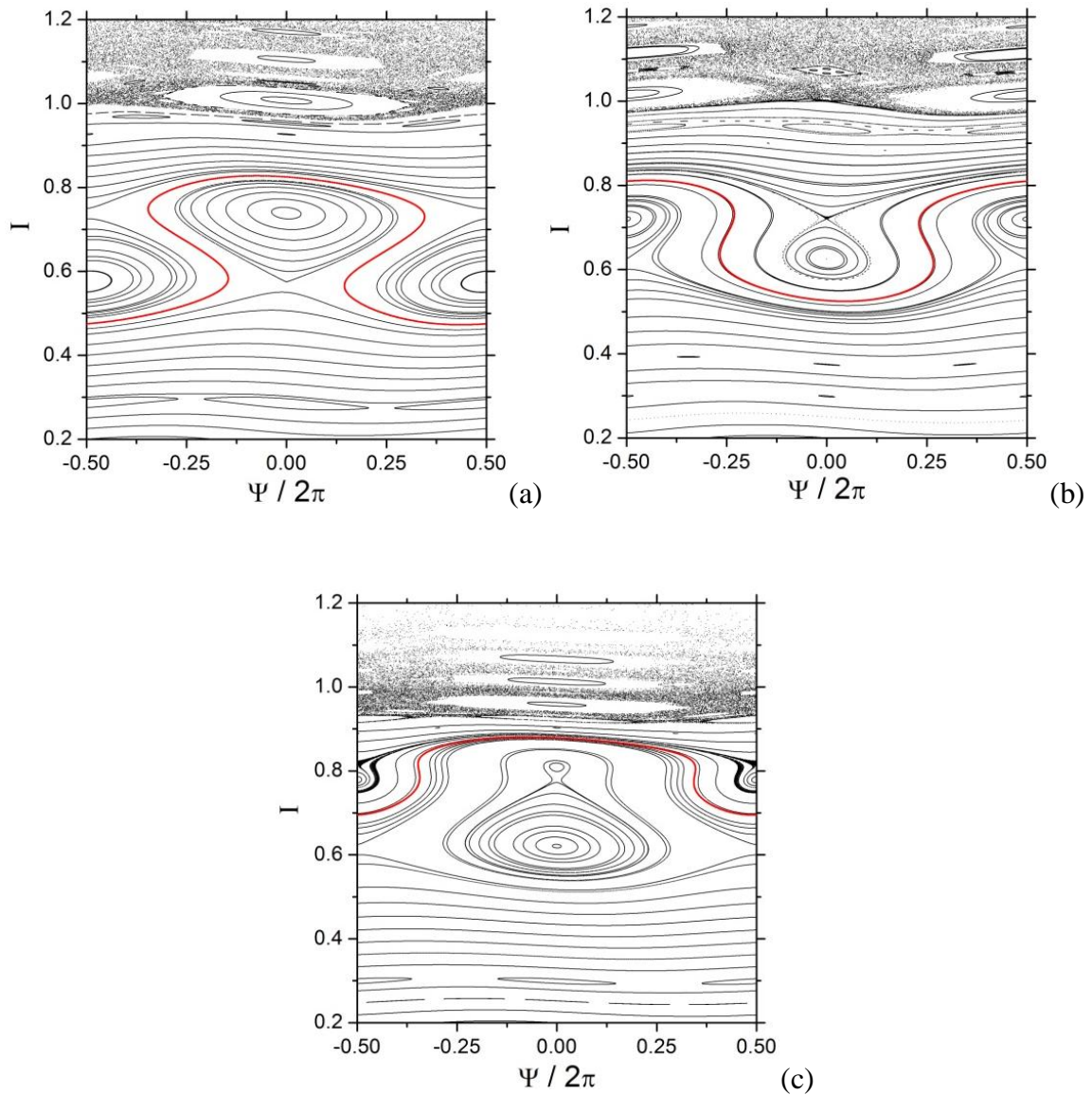


Figura 6.3: Mapas de Poincaré ao considerar a amplitude do potencial flutuante $\phi_{ML} = 250 \text{ mV}$ e perfis de velocidade paralela positivo uniforme (a), negativo uniforme (b) e não-uniforme (c), correspondentes aos perfis da Figura 5.3. As curvas sem cisalhamento estão destacadas na cor vermelha em (a), (b) e (c). Para estes mapas utilizamos o perfil não-monotônico do fator de segurança, correspondente ao da Figura 5.2.

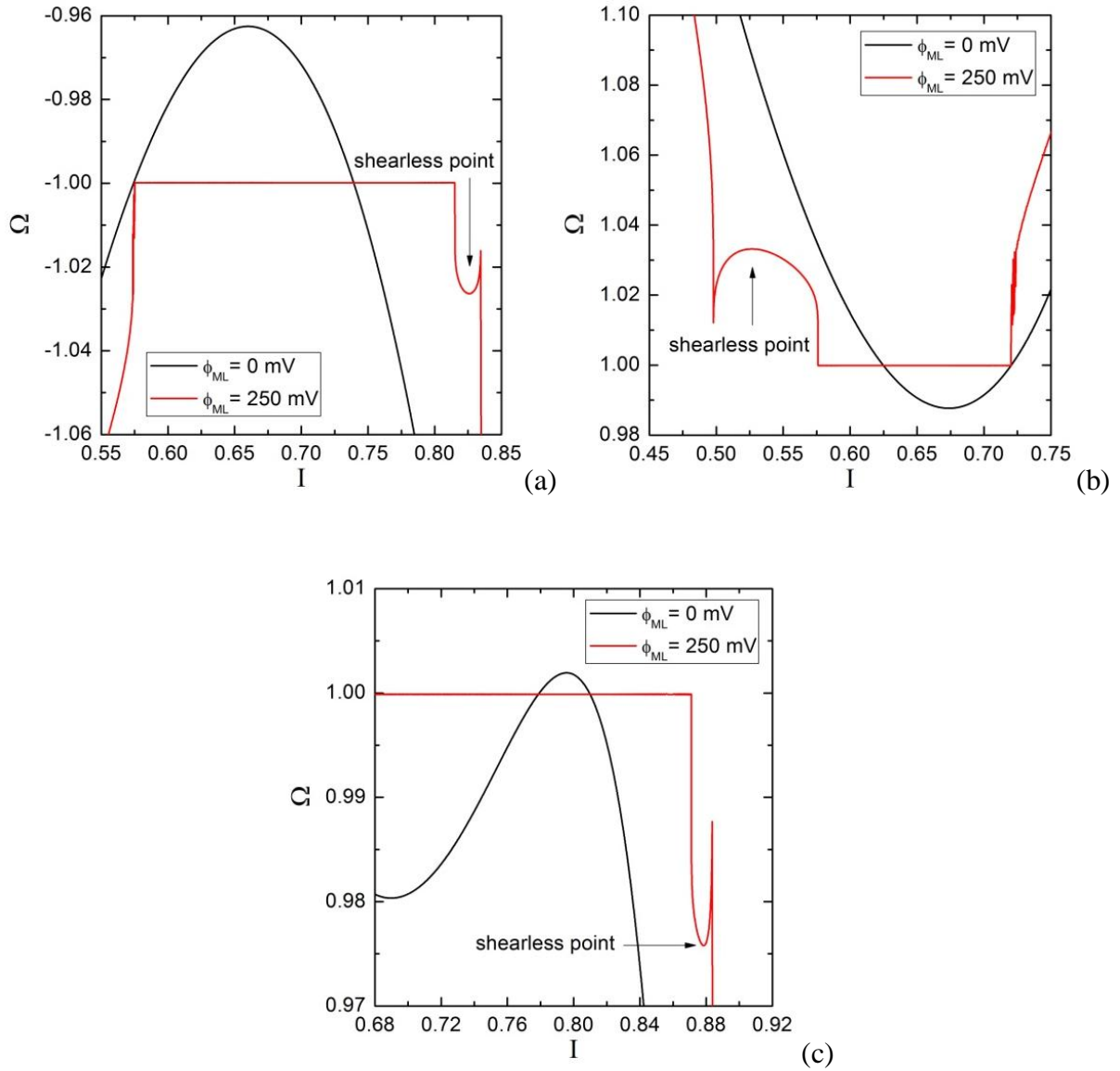


Figura 6.4: Perfis do número de rotação calculado para a posição angular $\Psi/2\pi = 0$ utilizando perfis de velocidade paralela positiva uniforme (a), negativa uniforme (b) e não-uniforme (c). Para estes cálculos foram utilizados os mesmos parâmetros citados nos mapas da Figura 6.3.

O caso do mapa simplético para uma velocidade paralela não-uniforme e um perfil do fator de segurança não-monotônico é discutido com mais detalhes devido à formação da bifurcação do tipo sela-nó. Na Figura 6.5, apresentamos os mapas de Poincaré para uma velocidade paralela não-uniforme com o uso de amplitudes de potencial flutuante de 1 mV , 20 mV , 65 mV e 100 mV . As curvas invariantes sem cisalhamento são destacadas nestes mapas com o uso das mesmas cores utilizadas nos pontos de máximos e mínimos dos perfis do número de rotação apresentados na Figura 6.6.

Inicialmente, observe que as Figuras 6.6(a)-6.6(c) apresentam duas curvas sem cisalhamento, enquanto a Figura 6.6(d) apenas uma curva. Com o aumento da amplitude de perturbação as ilhas gêmeas mostram-se em uma bifurcação sela-nó, na qual a curva sem cisalhamento é deslocada da posição radial, mostrada na Figura 6.6(a). Para uma amplitude do potencial elétrico $\phi_{ML} = 20\text{ mV}$, as ilhas gêmeas em $I \approx 0.8$ apresentam uma reconexão, conforme mostrada na Figura 6.6(b). Logo, as curvas sem cisalhamento se aproximam uma da outra com o aumento da amplitude de perturbação, Figura 6.6(c). As ilhas gêmeas também se aproximam da ressonância mais interna da coluna de plasma por meio da bifurcação sela-nó, na qual os pontos elípticos e hiperbólicos estão alinhados e compartilham a mesma estrutura periódica, conforme mostrado na Figura 6.6(d).

O deslocamento da curva sem cisalhamento com o aumento do potencial elétrico é explicado através dos máximos e mínimos do perfil do número de rotação mostrado na Figura 6.4. Para que seja comparado, note que na Figura 6.4(a) apresentamos o perfil do número de rotação para uma modo nulo da amplitude, onde obtemos dois pontos sem cisalhamento devido aos perfis não-monotônicos de equilíbrio, como esperado em $R_1(I)$ na expressão dada pela Eq. (5.1.9).

Quando a amplitude é aumentada para um valor igual a $\phi_{ML} = 300\text{ mV}$ ou maior, parte das curvas invariantes são destruídas e a bifurcação sela-nó é cercada por trajetórias caóticas de partículas, conforme vemos na Figura 6.7(a). Entretanto, a curva sem cisalhamento (destacada em vermelho na Figura 6.7(a)) pode ainda ser encontrada através do mínimo do perfil do número de rotação, mostrado na Figura 6.7(b).

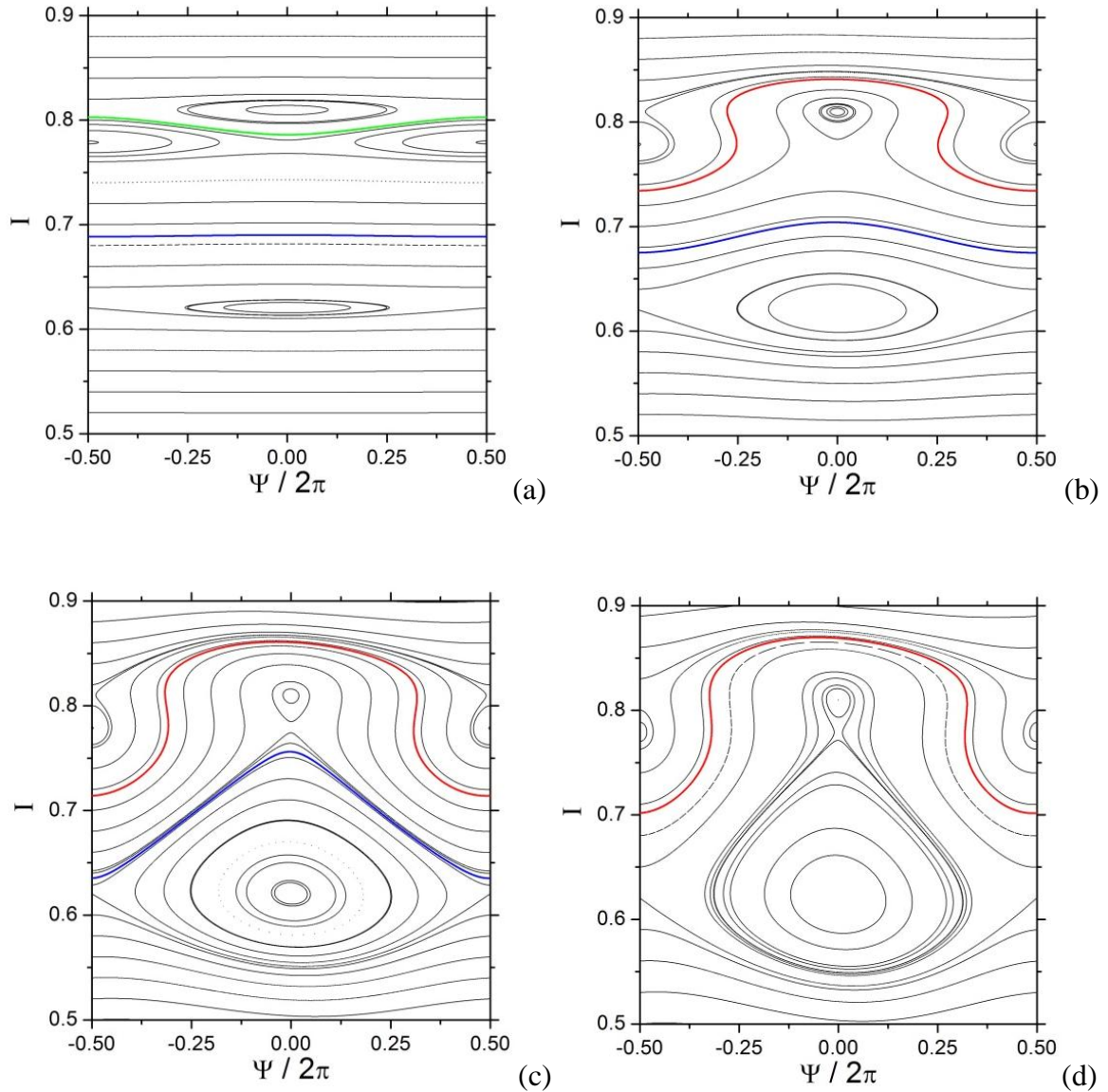


Figura 6.5: Mapas de Poincaré ao considerar as amplitudes do potencial flutuante $\phi_{ML} = 1 \text{ mV}$ (a), $\phi_{ML} = 20 \text{ mV}$ (b), $\phi_{ML} = 65 \text{ mV}$ (c) e $\phi_{ML} = 100 \text{ mV}$ (d) e o perfil de velocidade paralela não-uniforme. As curvas sem cisalhamento estão destacadas na mesma cor dos pontos de máximo e mínimo do perfil do número de rotação apresentados na Figura 6.6. Nestes mapas consideramos um perfil não-monotônico do fator de segurança (Figura 5.2).

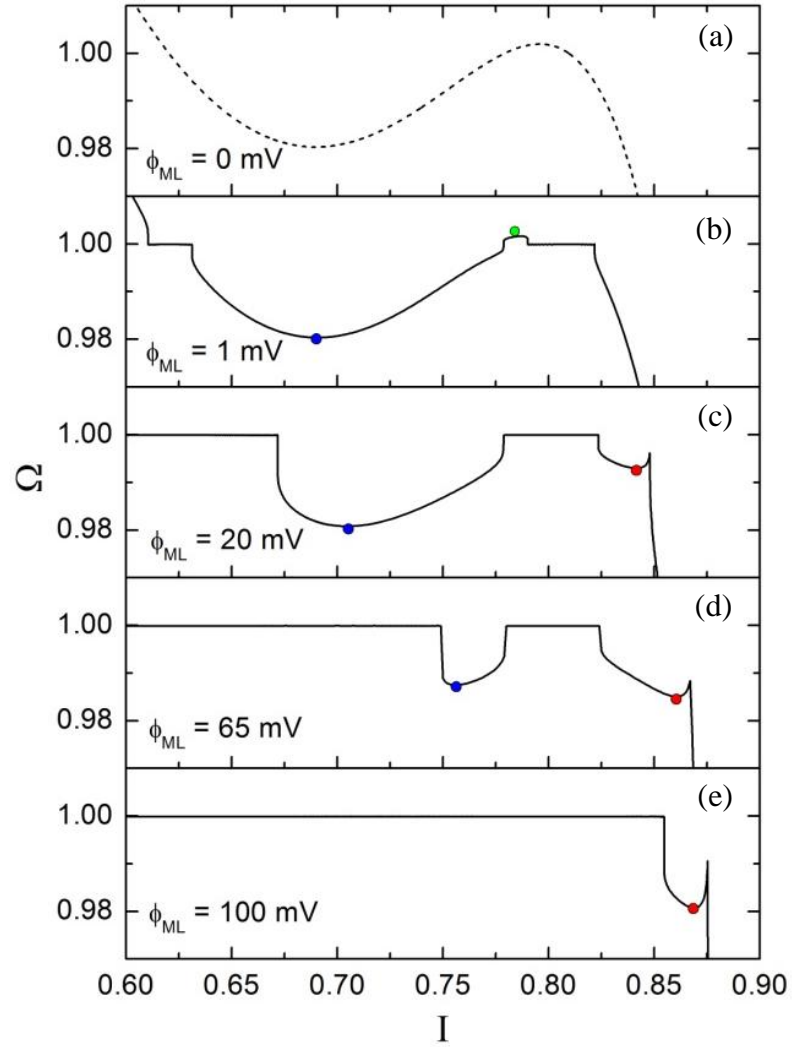


Figura 6.6: Perfis do número de rotação em $\Psi/2\pi = 0$ calculados com os mesmos parâmetros utilizados nos mapas da Figura 6.5. Os pontos de máximo e mínimo são destacados com as mesmas cores das curvas sem cisalhamento.

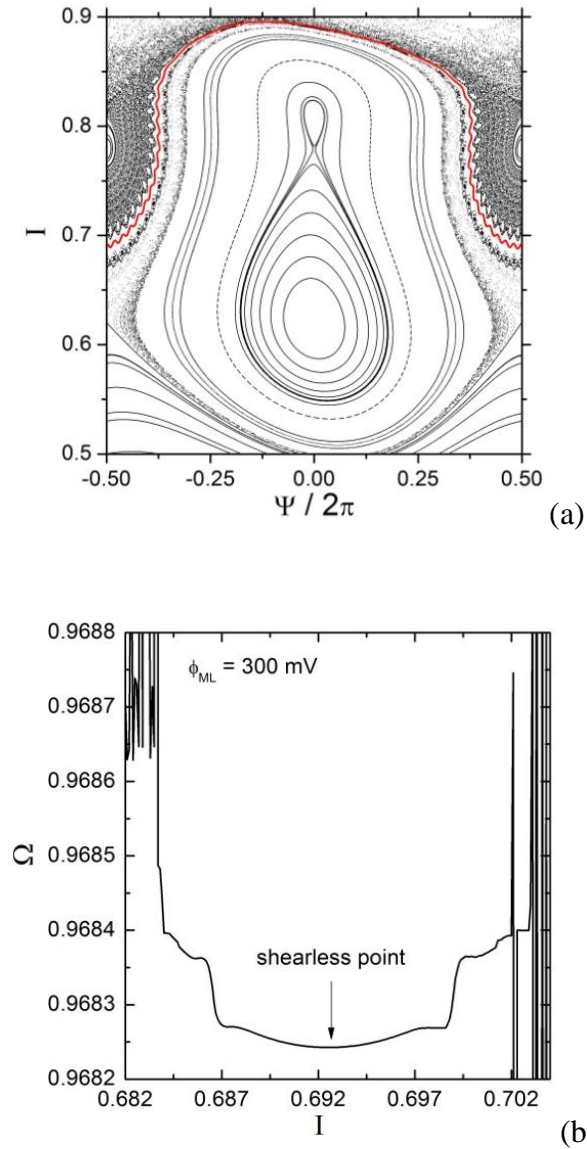


Figura 6.7: Mapa de Poincaré (a) ao considerar a amplitude do potencial flutuante $\phi_{ML} = 300 \text{ mV}$, perfil de velocidade paralela não-uniforme e perfil não-monotônico do fator de segurança. A curva sem cisalhamento está destacada na cor vermelha e foi determinada pelo mínimo do perfil do número de rotação apresentado em (b).

6.3 Efeitos dos perfis de velocidade paralela sobre o transporte

Complementarmente, os mapas de ondas de deriva também foram obtidos para uma análise do transporte de partículas em função da amplitude do potencial flutuante e das posições radiais. Utilizamos uma escala de cores relativas às posições iniciais das partículas para avaliar como o transporte de partículas se altera com a amplitude do potencial flutuante. Logo, a Figura 6.8 mostra exemplos destes mapas para quatro perturbações, tendo as mesmas posições radiais iniciais, indicadas pela escala de cores. Como consequência da dependência do potencial flutuante, os pontos iniciais de mesma cor são espalhados no espaço de fases com o aumento da amplitude, conforme identificamos pelas Figuras 6.8(a)-6.8(d).

Na Figura 6.8(a), para uma baixa perturbação de $\phi_{ML} = 1 \text{ mV}$, notamos apenas um transporte desprezível. Na Figura 6.8(b), um deslocamento radial de partículas é ainda desprezível, mas curvas invariantes são deformadas com o aumento do potencial flutuante $\phi_{ML} = 65 \text{ mV}$, i.e., as trajetórias de partículas ocupam posições radiais distantes daquelas observadas na Figura 6.8(a). Por outro lado, as trajetórias são caoticamente espalhadas na borda do plasma para $\phi_{ML} = 300 \text{ mV}$, conforme mostradas na Figura 6.8(c). Na Figura 6.8(d), observamos trajetórias caóticas ao redor da bifurcação sela-nó com partículas extremamente afastadas das posições radiais iniciais (ao comparar com a Figura 6.8(a)).

Estes resultados mostram um amplo deslocamento radial de partículas para muitas condições iniciais que ocupam distantes posições radiais, nas quais a velocidade se altera de acordo com o perfil radial não-uniforme de velocidade (Figura 5.3). Portanto, estes mapas permitem entender como o caos e o deslocamento de partículas se desenvolvem com o aumento da perturbação na borda da coluna do plasma.

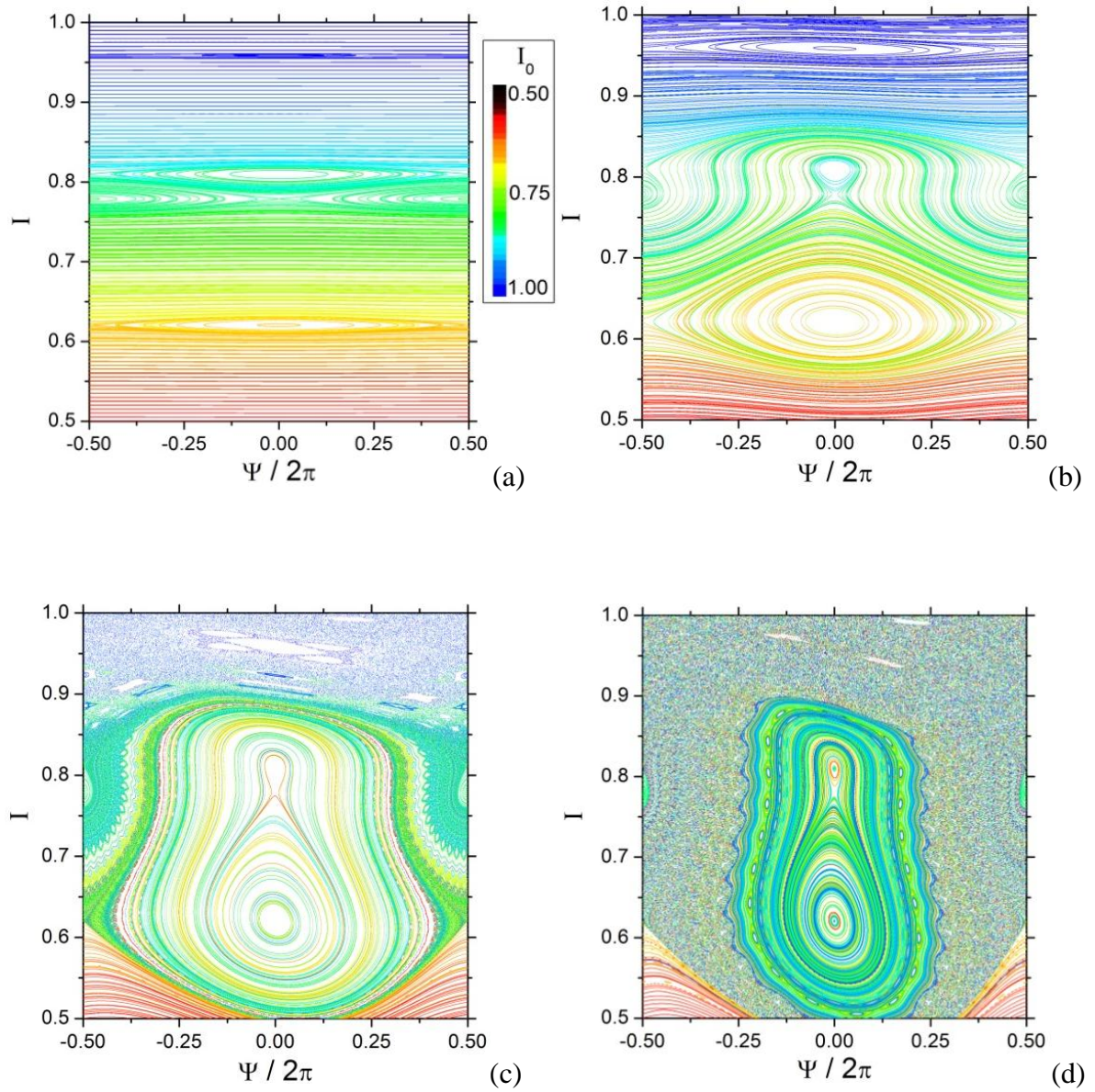


Figura 6.8: Mapas de Poincaré ao considerar as amplitudes do potencial flutuante $\phi_{ML} = 1 \text{ mV}$ (a), $\phi_{ML} = 65 \text{ mV}$ (b), $\phi_{ML} = 300 \text{ mV}$ (c) e $\phi_{ML} = 500 \text{ mV}$ (d). A escala de cores nestes mapas indicam a posição radial das partículas conforme é observada em (a).

7 Conclusão e trabalhos futuros

Investigamos a influência dos perfis de equilíbrio do campo elétrico e magnético no transporte de partículas na borda do plasma. Para este estudo desenvolvemos um modelo quase integrável que descreve o transporte de partículas perturbado por ondas de deriva em tokamaks de alta razão de aspecto. Realizamos simulações numéricas por integração das equações canônicas que descrevem o movimento das partículas ao considerar um fluxo total formado pelo cisalhamento de equilíbrio e de modos ressonantes de ondas de deriva. Assumimos o campo elétrico formado por uma componente radial de equilíbrio e outra parte flutuante. Consideramos diferentes perfis para o campo elétrico radial de equilíbrio sem desprezar os efeitos devido à configuração magnética sobre o transporte de partículas. Consequentemente, estudamos a dependência do transporte de partículas com o cisalhamento do campo elétrico e magnético.

As análises foram realizadas através de mapas de Poincaré, e as trajetórias caóticas das partículas foram comparadas entre campos elétricos uniforme, monotônico e não-monotônico e configurações magnéticas com diferentes cisalhamentos na borda do plasma. Além disto, calculamos o transporte radial para os diferentes perfis de campo elétrico. Mostramos que o transporte de partículas na borda do plasma pode ser reduzido ao modificar apropriadamente os perfis de cisalhamento elétrico e magnético. Com o uso do perfil não-monotônico do campo elétrico radial, observamos que as barreiras de transporte não *twist* encontram-se deslocadas do ponto onde o cisalhamento é nulo devido à presença do cisalhamento magnético. A curva sem cisalhamento no mapa de Poincaré foi identificada através dos valores extremos do perfil do número de rotação de curvas invariantes. Estas barreiras são robustas e persistem sob variações do cisalhamento magnético dos atuais tokamaks.

Posteriormente, investigamos como o transporte de partículas aumenta com a amplitude do potencial elétrico e a influencia da velocidade paralela sobre as trajetórias destas partículas. Para analisar estas dependências, combinamos a influência do perfil de campo magnético com os perfis da velocidade paralela. Realizamos as simulações numéricas do movimento de partículas através de mapas simpléticos, obtidos por iterações impulsivas no

tempo, para um fluxo total formado por uma parte do equilíbrio com cisalhamento e outra parte caracterizada por flutuações do potencial elétrico para um modo espacial dominante.

Observamos nos mapas simpléticos a formação de barreiras robustas de partículas que persistem para diversos modos da amplitude de potencial e são provenientes das configurações elétricas e magnéticas do plasma. Através do perfil do número de rotação e o uso de um perfil de velocidade não-uniforme, localizamos estas barreiras robustas na região radial de ressonância entre as ilhas gêmeas. Comparando os mapas de Poincaré, também concluímos que ao introduzir um perfil de velocidade com cisalhamento o transporte de partículas é modificado onde condições específicas de ressonância tornam-se relevantes, nas quais as trajetórias das partículas poderiam ser aprisionadas na borda do plasma, tornando o confinamento do plasma mais efetivo. Estas ressonâncias também são responsáveis pelo aparecimento da bifurcação sela-nó, com a qual a barreira de transporte apresenta um deslocamento com o aumento da amplitude de perturbação que se difere dos demais casos de velocidades uniformes.

Sugerimos como trabalhos futuros os seguintes estudos com o uso do modelo de ondas de derivas apresentados nesta tese:

- Estudar do transporte de partículas submetido à perturbação de modos espaciais dominantes e secundários com pequenas amplitudes;
- Considerar a dependência que a velocidade paralela apresenta com a temperatura de prótons e elétrons para o estudo de instabilidades que se desenvolvem na borda do plasma;
- Aplicar o modelo de ondas de deriva para condições específicas e perfis de equilíbrio a serem utilizados no tokamak ITER;
- Analisar a influência de perturbações externas ao plasma sobre o transporte de partículas ao considerar as ondas de derivas do tipo $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$.

Referências

- [1] J. A. Bittencourt, *Fundamentals of Plasma Physics* (Springer, 2004).
- [2] F. F. Chen, *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion* (Plenum Press, 1988).
- [3] G. Schmidt, *Physics of High Temperature Plasmas* (Acad. Press, 1979).
- [4] T. Tajima, *Computational plasma physics: with applications to fusion and astrophysics* (Westview Press, 2004).
- [5] W. Horton, *Plasma Phys. Contr. Fusion* **27**, 937 (1985).
- [6] S. S. Abdullaev, A. Wingen, and K. H. Spatschek, *Phys. Plasmas* **13**, 042509 (2006).
- [7] P. W. Terry, *Rev. Mod. Phys.* **72**, 109 (2000).
- [8] C. P. Ritz, R. V. Bravenec, P. M. Schoch, R. D. Bengtson, J. A. Boedo, J. C. Forster, K. W. Gentle, Y. He, R. L. Hickok, Y. J. Kim, H. Lin, P. E. Phillips, T. L. Rhodes, W. L. Rowan, P. M. Valanju, and A. J. Wootton, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1844 (1989).
- [9] C. P. Ritz, H. Lin, T. L. Rhodes, and A. J. Wootton, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 2543 (1990).
- [10] International Atomic Energy Agency, *Summary of the ITER final design report (ITER EDA Documentation Series* **22**, 2001).
- [11] W. Horton, *Turbulent transport in magnetized plasmas* (World Scientific Publishing Company, 2012).
- [12] C. P. Ritz, R. D. Bengtson, S. J. Levinson, and E. J. Powers, *Phys. Fluids* **27**, 2956 (1984).
- [13] K. H. Burrell, *Phys. Plasmas* **4**, 1499 (1997).
- [14] C. Hidalgo, M. A. Pedrosa, and B. Gonçalves, *New J. Phys.* **4**, 51 (2002).
- [15] G. V. Oost, J. Adámek, V. Antoni, P. Balan, J. A. Boedo, P. Devynck, I. Ďuran, L. Eliseev, J. P. Gunn, M. Hron, C. Ionita, S. Jachmich, G. S. Kirnev, E. Martinez, A. Melnikov, R. Schrittwieser, C. Silva, J. Stöckel, M. Tandler, C. Varandas, M. V. Schoor, V. Vershkov, and R. R. Weynants, *Plasma Phys. Contr. Fusion* **45**, 621 (2003).

- [16] G. V. Oost, J. P. Gunn, A. Melnikov, J. Stöckel, and M. Tendler, *Czechoslovak J. Phys.* **51**, 957 (2001).
- [17] R. R. Weynants, *J. Plasma Fusion Res. Series* **4**, 3 (2001).
- [18] P. Devynck, J. Stckel, J. Admek, I. Duran, M. Hron, and G. V. Oost, *Czechoslovak J. Phys.* **53**, 853 (2003).
- [19] F. Wagner, *Plasma Phys. Contr. Fusion* **49**, 1 (2007).
- [20] W. Horton, H. -B. Park, J. -M. Kwon, D. Strozzi, P. J. Morrison, and D. -I. Choi, *Phys. Plasmas* **5**, 3910 (1998).
- [22] W. Horton, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 735 (1999).
- [23] H. -B. Park, E. -G. Heo, W. Horton, and D. -I. Choi, *Phys. Plasmas* **4**, 3273 (1997).
- [24] W. J. Connor, J. B. Taylor, *Phys. Fluids* **30**, 3180 (1987).
- [25] J. -M. Kwon, W. Horton, P. Zhu, P. J. Morrison, H. -B. Park, and D. -I. Choi, *Phys. Plasmas* **7**, 1169 (2000).
- [26] F. Miskane, X. Garbet, A. Dezairi, and D. Saifaoui, *Phys. Plasmas* **7**, 4197 (2000).
- [27] J. H. F. Severo, I. C. Nascimento, V. S. Tsypin, and R. M. O. Galvão, *Nucl. Fusion* **43**, 1047 (2003).
- [28] A. A. Ferreira, M. V. A. P. Heller, and I. L. Caldas, *Phys. Plasmas* **7**, 3567 (2000).
- [29] F. A. Marcus, T. Kroetz, M. Roberto, I. L. Caldas, E. C. da Silva, R. L. Viana, and Z. O. Guimarães-Filho, *Nucl. Fusion* **48**, 024018 (2008).
- [30] F. A. Marcus, I. L. Caldas, Z. O. Guimarães-Filho, P. J. Morrison, W. Horton, Y. K. Kuznetsov, and I. C. Nascimento, *Phys. Plasmas* **15**, 112304 (2008).
- [31] M. Roberto, E. C. da Silva, I. L. Caldas, and R. L. Viana, *Phys. Plasmas* **11**, 214 (2004).
- [32] K. C. Rosalem, M. Roberto, and I. L. Caldas, *Nucl. Fusion* **54**, 064001 (2014).
- [33] I. L. Caldas, R. L. Viana, J. D. Szezech Jr., J. S. E. Portela, J. Fonseca, M. Roberto, C. G. L. Martins, and E. J. da Silva, *Comm. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* **17**, 2021 (2012).
- [34] D. del-Castillo-Negrete and P. J. Morrison, *Phys. Fluids A: Fluid Dynamics* **5**, 948 (1993).
- [35] J. D. Szezech Jr., I. L. Caldas, S. R. Lopes, R. L. Viana, and P. J. Morrison, *Chaos* **19**, 043108 (2009).
- [36] J. D. Szezech Jr., I. L. Caldas, S. R. Lopes, P. J. Morrison, and R. L. Viana, *Phys. Rev. E* **86**, 036206 (2012).

- [37] H. Biglari, P. H. Diamond, and P. W. Terry, *Phys. Fluids B: Plasma Phys.* **2**, 1 (1990).
- [38] M. Roberto, E. C. da Silva, and I. L. Caldas, *AIP Conf. Proceedings* **669**, 727 (2003).
- [39] M. Roberto, E. C. da Silva, I. L. Caldas, and R. L. Viana, *J. Phys.* **7**, 163 (2005).
- [40] D. del-Castilho-Negrete, J. M. Greene, and P. J. Morrison, *Phys. D* **100**, 311 (1997).
- [41] I. L. Caldas, R. L. Viana, Z. O. Guimarães-Filho, A. M. Batista, S. R. Lopes, F. A. Marcus, M. Roberto, K. C. Rosalem, J. D. Szezech Jr., D. Toufen, K. W. Gentle, I. C. Nascimento, and Y. K. Kuznetsov, *Braz. J. Phys.* **44**, 903 (2014).
- [42] K. C. Rosalem, M. Roberto, and I. L. Caldas, *J. Phys.: Conf. Series* **641**, 012006 (2015).
- [43] P. J. Catto, M. N. Rosenbluth and C. S. Liu, *Phys. Fluids* **16**, 1719 (1973).
- [44] D. R. McCarthy, J. F. Drake, and P. N. Guzdar, *Phys. Fluids B* **5**, 2145 (1993).
- [45] C. G. L. Martins, E. R. de Carvalho, I. L. Caldas and M. Roberto, *J. Phys. A: Math. Theor.* **44**, 045102 (2011).
- [46] I. L. Caldas, R. L. Viana, C. V. Abud, J. C. D. Fonseca, Z. O. Guimarães-Filho, T. Kroetz, F. A. Marcus, A. B. Schelin, J. D. Szezech Jr., D. L. Toufen, S. Benkadda, S. R. Lopes, P. J. Morrison, M. Roberto, K. Gentle, Y. Kuznetsov, and I. C. Nascimento, *Plasma Phys. Control. Fusion* **54**, 124035 (2012).
- [47] D. del-Castillo-Negrete, J. M. Greene, and P. J. Morrison, *Phys. D* **91**, 1 (1996).

Apêndice A – Modos espaciais secundários

Neste Apêndice, apresentamos o modelo cinético de ondas de deriva para um modo espacial dominante, sob o efeito de modos espaciais secundários de pequena amplitude eletrostática. Trata-se de uma generalização do modelo estudado através da somatória dos modos espaciais e temporais na equação diferencial para a variável de ação,

$$\begin{aligned} \frac{dl}{dt} = \frac{2}{Ba^2} [\phi_{mln} \cdot m \cdot \text{sen}(\psi - n\omega_0 t - \psi_0) \\ + \phi_{m'l'n} \cdot m' \cdot \text{sen}(\psi' - n\omega_0 t - \psi_0)], \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

onde assumimos um único modo temporal n e uma nova variável de ângulo $\psi' = m'\theta - l'\varphi$. Logo, uma específica variável de ângulo ψ' é dada por determinados valores de modos poloidal m' e toroidal l' .

As equações diferenciais que determinam as variáveis de ângulo são escritas para cada conjunto de modos espaciais,

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{v_{\parallel}}{Rq(I)} [m - q(I)l] - \frac{mE_r}{Ba\sqrt{I}} \quad \text{e} \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{d\psi'}{dt} = \frac{v_{\parallel}}{Rq(I)} [m' - q(I)l'] - \frac{m'E_r}{Ba\sqrt{I}}. \quad (\text{A.3})$$

Assim, podemos assumir analiticamente uma nova variável de ângulo total $\Psi = \psi + \psi'$, correspondente a soma dos modos, com a qual obtemos

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{v_{\parallel}}{Rq(I)} [(m + m') - q(I)(l + l')] - \frac{(m + m')E_r}{Ba\sqrt{I}}. \quad (\text{A.4})$$

Também podemos expandir o modelo de dois modos espaciais ao adicionarmos um segundo modo temporal, resultando em uma equação diferencial para a variável de ação formada pela somatória de quatro termos,

$$\begin{aligned} \frac{dl}{dt} = \frac{2}{Ba^2} [& \phi_{mln} \cdot m \cdot \text{sen}(\psi - n\omega_0 t - \psi_0) \\ & + \phi_{m'l'n} \cdot m' \cdot \text{sen}(\psi' - n\omega_0 t - \psi_0) \\ & + \phi_{mln'} \cdot m \cdot \text{sen}(\psi - n'\omega_0 t - \psi_0) \\ & + \phi_{m'l'n'} \cdot m' \cdot \text{sen}(\psi' - n'\omega_0 t - \psi_0)], \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

onde n' corresponde ao novo modo temporal de perturbação. As equações diferenciais para as variáveis de ângulo permanecem as mesmas do caso anterior, onde consideramos um único modo temporal. Portanto, estas são as equações que descrevem o transporte de partículas ao considerar o caso de dois modos espaciais sob a perturbação de um ou dois modos temporais.

Apêndice B – Espectro de potências

Determinamos o valor da menor frequência angular através do espectro de potências $S(k, f)$ em função do número de onda e da frequência espectral da Ref. [30]. Optamos por valores de frequências correspondentes às intensidades destacadas pela cor vermelha no espectro de potências apresentado na Figura B.1. Estes dados experimentais foram obtidos através de sondas eletrostáticas posicionadas na borda do plasma na posição radial $r = 18 \text{ cm}$ na descarga de número 17682 do tokamak TCABR.

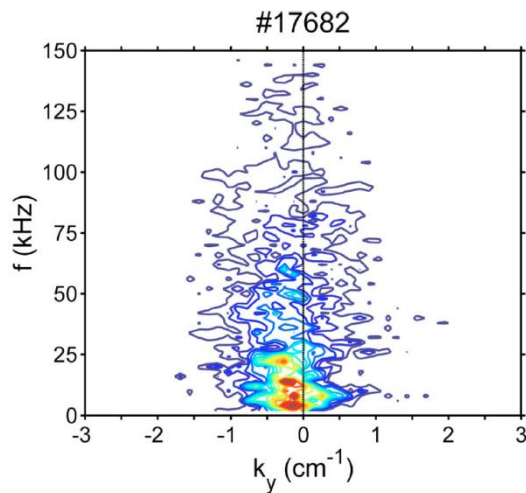


Figura B.1: Espectro de potências coletados por sonda eletrostática em $r = 18 \text{ cm}$ [30]. A intensidade do espectro é maior na cor vermelha e decresce para as de tom azul.

Apêndice C – Velocidade de rotação do plasma

O perfil de velocidade paralela não-uniforme do plasma foi escolhido através da ordem de grandeza e inversões de sinais da velocidade toroidal observadas por medidas experimentais na borda do plasma no tokamak TCABR de acordo com a Ref. [27]. Esta medida experimental de velocidade de rotação do plasma é mostrada na Figura C.1.

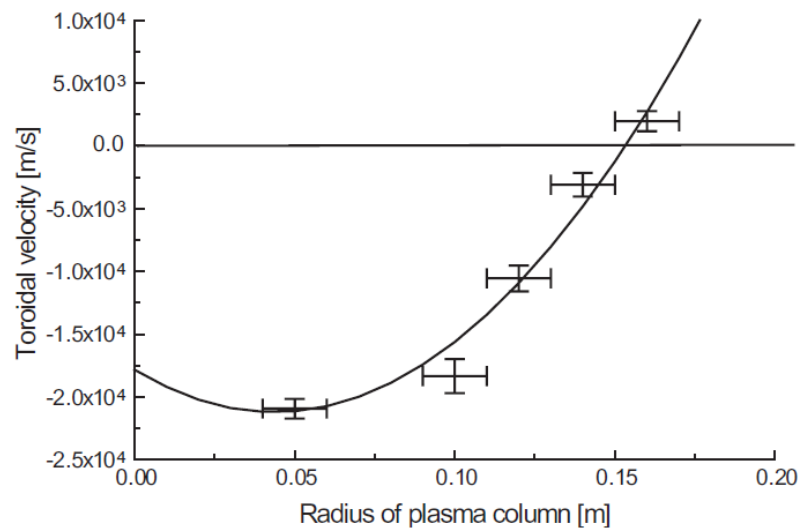


Figura C.1: Perfil da velocidade toroidal [27] utilizado como referência na determinação da equação do perfil de velocidade paralela nas equações de mapas do modelo teórico.

Apêndice D – Artigos resultantes desta tese

D.1 – Influence of the electric and magnetic shears on tokamak transport

Influence of the electric and magnetic shears on tokamak transport

K.C. Rosalem¹, M. Roberto¹ and I.L. Caldas²

¹ Departamento de Física, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 12228-900, São José dos Campos, SP, Brazil

² Instituto de Física, Universidade de São Paulo, 05315-970, São Paulo, SP, Brazil

E-mail: kaue@ita.br

Received 27 June 2013, revised 19 January 2014

Accepted for publication 13 February 2014

Published 23 May 2014

Abstract

We applied a non-integrable drift-kinetic model, valid for large aspect ratio tokamaks, to investigate plasma edge particle transport driven by drift waves. Particle transport is obtained from the chaotic trajectories obtained by numerically integrating the canonical equations of motion, for the total flow formed by the equilibrium sheared flow and few dominant resonant drift waves propagating in the sheared equilibrium magnetic field. Thus, we investigate the transport dependence on the radial profiles of the electric and magnetic fields and show that radial particle transport at the plasma edge can be reduced by properly modifying the electric and magnetic shear profiles. For non-monotonic radial electric fields, we also observe non-twist transport barriers with shearless invariants identified by extremum values of the rotation number profiles of the invariant curves. The observed non-twist barriers are modified by the magnetic shear and persist for magnetic shear variations expected in present tokamaks.

Keywords: tokamak transport, drift wave, magnetic shear, electric shear

(Some figures may appear in colour only in the online journal)

1. Introduction

The plasma confinement in tokamaks is limited by the particle transport at the plasma edge much higher than the values predicted by neoclassical transport theory by collisions in toroidal geometry [1, 2]. In this context, the influence of the electric and magnetic equilibrium fields on the particle transport induced by the plasma edge turbulence is nowadays under investigation in all tokamaks [3, 4]. Thus, it has been recognized that the interpretation of the observed anomalous particle transport has to take into account the spatial profiles and their associated shears of the electric and magnetic fields at the plasma edge.

At the plasma edge the turbulence-driven particle transport is mainly caused by the particle $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ drift [5–7] and the fluctuating electrostatic field is associated with drift waves, driven by equilibrium radial gradients, propagating in the poloidal direction. Several experiments show that this transport can be reduced by properly changing the electric field radial profile [8, 9]. One experimental procedure to reduce the transport is to apply an electric field bias modifying the non-uniform radial electric field and resulting sheared flow [10–12]. Moreover, electrode biasing has been applied to verify the influence of the electric shear on the plasma transport and the formation of edge transport barriers [13].

To interpret particle transport at the tokamak plasma edge, non-integrable drift models with chaotic dynamics have been proposed for large aspect ratio tokamaks [14–16]. Following this approach, a model has been proposed to describe the transport by drift waves propagating in the plasma edge of tokamaks with equilibrium $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ poloidal flow, for uniform magnetic fields [16, 17] and magnetic fields with shear [15, 18]. Moreover, symplectic drift wave maps in the vicinity of given radial position and safety factor have been derived from these models [15, 18] to numerically investigate the transport dependence on shear spatial profiles. Thus, for these maps, the transport reduction, caused by the combined effects of radial electric field shear and both monotonic and reversed shear magnetic q profiles, has been investigated [16, 19, 20]. However, applications of the proposed models to investigate global transport in tokamaks and the escape of particles to the walls still remain to be explored by numerical integration of the equations of motion. In this model, drift waves cause chaos and the impact of chaos on the particle transport can be estimated by integrating the particle drift trajectories. In this description, the possibility of controlling the transport by modifying the shear profile can be evaluated even without considering the wave response. Moreover, the chaotic transport is caused by internal dynamic process without any external resonant magnetic perturbation.

In this work, we consider the non-integrable drift-kinetic model introduced in [15] and the canonical equations that describe the particle transport driven by drift waves. We performed numerical simulations of particle motion by integrating the canonical equations, for the total flow formed by the equilibrium sheared flow and a few dominant resonant drift waves and the sheared equilibrium magnetic field. The chaotic particle trajectories give rise to transport. Thus, we investigate effects from electric and magnetic sheared fields on plasma particle transport through a combination of numerical simulation results and concepts from Hamiltonian dynamics theory. Our analysis is based on numerical procedures used in chaos theory to investigate and describe chaotic orbits and the creation and destruction of transport barriers. One of these procedures consists in obtaining Poincaré maps for particle drift trajectories. Moreover, the chaotic orbits are integrated for a very long time in order to obtain the transport described in the paper. We show that particle transport can be reduced by modifying the electric and magnetic field profiles and that transport barrier can be displaced by properly modifying the magnetic shear at the plasma edge. As expected, the analysed topologies are typical of two-dimensional quasi-integrable Hamiltonian systems, for both twist and non-twist maps. These topologies contain several characteristics important for the particle transport and plasma confinement.

Our results can be applied to any tokamak, described in a large aspect ratio approximation, for which electric bias has been applied to control plasma transport. Even so, to show how the topology, described by shear profiles, modifies the particle transport, numerical simulations are presented for parameters taken from the Brazilian tokamak TCABR [17, 21]. However, the paper presents a conceptual investigation rather than detailed comparisons with experiments performed in any tokamak. Accordingly, the shear profiles and the drift wave spectrum are chosen to allow assessing if the induced drift wave transport is affected by changes in the electric and magnetic shear profiles.

In section 2, we introduce the drift-kinetic model used to describe particle transport driven by drift waves. In section 3, we integrate the particle trajectories and investigate the transport considering different radial electric field profiles. In section 4, for a reversed shear electric field profile, we show that transport barriers can be modified by the magnetic shear. The combined effects of magnetic and electric shears are summarized and concluded in section 5.

2. Drift-kinetic model

The model introduces the basic equations of motion to describe particle trajectories following the magnetic field lines and the electric drift. We consider an equilibrium electrostatic potential in the radial direction and electrostatic drift waves propagating in the poloidal and toroidal directions [15]. These drift waves originate from plasma edge non-uniformities in a layer of toroidal magnetic confinement. The fluctuating electrostatic potential has been assumed as a function of the amplitude, spatial and time modes.

Here, the particle trajectories are described by the guiding-centre motion,

$$\frac{dx}{dt} = v_{\parallel} \frac{B}{B} + \frac{E \times B}{B^2}, \quad (1)$$

and the components of this equation can be written as

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{1}{Br} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \theta}, \quad (2a)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{v_{\parallel} B_{\varphi}}{r B} + \frac{1}{B} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial r} - \frac{E_r}{B}, \quad (2b)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{v_{\parallel}}{R}, \quad (2c)$$

where $x = (r, \theta, \varphi)$ in local polar coordinates. The considered plasma configuration corresponds to a layer of large aspect ratio tokamak. The electric field is given by equilibrium radial field E_r plus a fluctuating component $\tilde{E} = -\nabla \tilde{\phi}$. We assume $B \simeq B_{\varphi} \gg B_{\theta}$ and the magnetic shear in this model is introduced by the safety factor profile. Moreover, the chaotic transport is caused by internal dynamic process without any external resonant magnetic perturbation.

For the fluctuating potential we use the finite mode drift wave spectrum,

$$\tilde{\phi}(x, t) = \sum_{m,l,n} \phi_{mln} \cos(m\theta - l\varphi - n\omega_0 t - \psi_0), \quad (3)$$

where ϕ_{mln} is the mode amplitude, ω_0 is the lowest angular frequency with substantial amplitude in the drift wave spectrum and ψ_0 is a chosen initial phase. Thus, we assume either one drift wave or a set of waves that are described by the fluctuating electrostatic potential.

As it is known that the relative fluctuation levels of plasma potential are substantial in the edge [6, 22, 23], we consider a maximum electrostatic fluctuation ϕ_{MLn} in this region. Complementarily, the drift wave spectrum is mainly chosen to allow assessing if the induced drift wave transport is affected by changes in the electric and magnetic shear profiles. Thus, in the numerical simulations we consider drift wave spectra characterized by a single spatial M/L mode and one or three harmonics n in time. The self-dynamic drift wave response is not considered in our model, i.e. the spectrum is the same for different shear profiles. Even so, this model allows investigating the simultaneous influence of magnetic and electric shears on the plasma edge chaotic transport.

For convenience, we consider action and angle variables, such as $I = (r/a)^2$ and $\psi = M\theta - L\varphi$, respectively [15]. Note here that ψ plays the role of a helical angle defined by dominant modes (coherent oscillations). Taking these assumptions into equations (2a)–(2c), we obtain

$$\frac{dI}{dt} = \frac{2M}{Ba^2} \sum_{M,L,n} \phi_{MLn} \sin(\psi - n\omega_0 t - \psi_0), \quad (4a)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{v_{\parallel}}{Rq(I)} [M - q(I)L] - \frac{ME_r}{Ba\sqrt{I}}, \quad (4b)$$

where a is the minor plasma radius, R is the major plasma radius and $q(I)$ is the safety factor profile as a function of action variable. In the next sections, particle trajectories are integrated by a fourth Runge–Kutta numerical scheme and their intersections in Poincaré sections are shown in (I, ψ) planes. The amplitude modes are chosen as $\phi_{MLn=2} = 4.90$ eV, $\phi_{MLn=3} = 0.85$ eV and $\phi_{MLn=4} = 0.10$ eV (see figure 1).

The self-dynamic drift wave response is not considered in our model; it means that drift wave spectrum is kept fixed. However, this model allows investigating the simultaneous influence of magnetic and electric shears at the plasma edge.

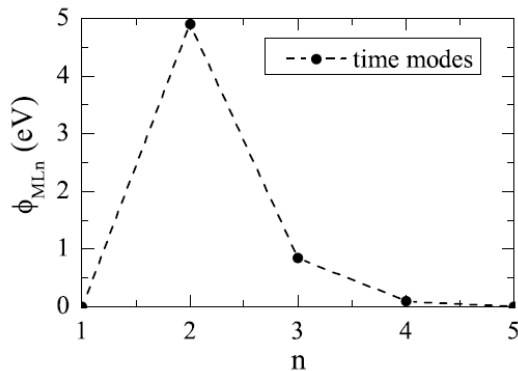


Figure 1. Drift wave spectrum for a dominant M/L mode and amplitudes $\phi_{MLn=2} = 4.90$ eV, $\phi_{MLn=3} = 0.85$ eV and $\phi_{MLn=4} = 0.10$ eV.

3. Electric shear effects

We assume a spatial dominant mode $M/L = 4/16$ and investigate the influence of E_r profiles by comparing different Poincaré maps and resonance conditions. The considered radial electric fields are uniform, monotonic and non-monotonic profiles, as seen in figure 2(a). The monotonic profiles are given by the expression $E_r = 2\alpha r + \beta$, and the non-monotonic one by $E_r = 3\alpha r^2 + 2\beta r + \gamma$, where the coefficients α , β and γ have to be defined in each case. The coefficients are set for monotonic E_r profile with positive shear as $\alpha = -1.30 \times 10^3$ and $\beta = -1.60 \times 10^3$; for monotonic E_r profile with negative shear as $\alpha = 1.30 \times 10^3$ and $\beta = -2.40 \times 10^3$; for non-monotonic E_r profile as $\alpha = -80.00 \times 10^3$, $\beta = 31.95 \times 10^3$ and $\gamma = -6.00 \times 10^3$. To these profiles correspond the electric shear profiles shown in figure 2(b), calculated using the equation $S_{E_r} = (r/E_r)(dE_r/dr)$. Thus, we assume either one drift wave or a set of waves that are described by the fluctuating electrostatic potential without considering any plasma wave response.

The simulations are performed using this set of equilibrium radial electric fields and a monotonic safety factor profile $q(r) = 1.99 + 3.99(r/a)^2$ for $r \leq a$, and $q(r) = q(a)(r/a)^2$ for $r > a$, with $q(a) = 5.98$ at the plasma edge. These profiles are chosen to show the influence of the magnetic shear on the drift-wave-induced transport and generate distinguishable islands to facilitate the proposed barrier and islands reconnection analyses. We consider the particle parallel velocity v_{\parallel} constant along the particle trajectories, $v_{\parallel} = 2.5$ km s⁻¹ [24]. The lowest angular frequency $\omega_0 = 6 \times 10^4$ rad s⁻¹ has been chosen in the power spectrum obtained by floating potential measurements [21] in the TCABR tokamak. For this tokamak configuration we use $R = 61$ cm, $a = 18$ cm and toroidal magnetic field $B = 1.1$ T. Although we use TCABR parameters to show numerical examples of the transport dependence on the electric and magnetic shears, the verified dependence should be valid for any large aspect ratio tokamak for which electric bias has been applied to modify the equilibrium electric field.

In figure 3 we present the Poincaré maps by integrating equations (4a) and (4b) for various initial conditions. The solutions of this integration are selected at the toroidal section $\varphi = 2\pi/\omega_0$ rad. In these Poincaré maps, the minor plasma

radius lies at $I = 1.0$, but we show I up to 1.2 in order to identify the particle transport to the chamber wall. For the uniform E_r profile, see figure 3(a), chaotic particle trajectories occur for $I \gtrsim 0.6$. When changing the previous E_r profile to the monotonic one with negative shear, we observe islands almost destroyed and embedded in a chaotic sea, as can be seen in figure 3(b). However, periodic structures arise in $I \gtrsim 0.9$ for the monotonic E_r profile with positive shear, as seen in figure 3(c). Note that, the monotonic E_r shears have the same modulus but lead to distinct transport values at the plasma edge, reduced for the positive electric shear. For the non-monotonic case in figure 3(d), the phase space structure is deeply modified and a shearless invariant curve (depicted in blue) appears at the plasma edge. This curve is seen as a particle transport barrier that allows trapping chaotic trajectories inside the plasma. Moreover, all Poincaré maps have been obtained for the same drift wave spectrum, hence transport reduction is observed without a necessary change in the fluctuation levels of plasma potential.

Since the chaotic regions are quite similar for uniform electric field profile (figure 3(a)) and monotonic one with negative shear (figure 3(b)), we calculated the time dependence of the standard deviation for particle radial position,

$$\sigma^2(t) = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N (r_i(t) - r_i(0))^2, \quad (5)$$

for an ensemble of $N = 1000$ particles initially located from $I = 0.9$ to 1.0. In figure 4, the standard deviation for the monotonic E_r profile with negative shear indicates a smaller radial particle transport than in the uniform E_r case. Thus, introducing electric shear reduces the transport at the plasma edge. Note that assuming the same set of initial conditions and time integration, more intersections are observed in the chaotic region of the monotonic E_r field with negative shear (figure 3(b)). This occurs due to the confinement improving along the toroidal direction, such that more trajectory intersections are selected at the Poincaré section. Hence, the considered monotonic E_r profile generates a large enough shear in the $E \times B$ poloidal zonal flow to reduce the transport driven by drift waves, as first proposed by Biglari *et al* [25].

The periodic islands in the Poincaré maps can be explained by taking the resonance conditions. For this, we assume the time invariance of the action variable in equation (4a) that implies $d/dt(\psi - n\omega_0 t) \cong 0$. Then, the resonance condition is obtained when $(d\psi/dt)/\omega_0$ assumes values of the time mode n for a determined action I in equation (4b).

For the set of radial electric field profiles we calculated the resonance conditions, as shown in figure 5. This shows that the resonance $n = 4$ is related to the lowest non-zero electrostatic amplitude in the drift wave spectrum (see figure 1) and occurs at $I \cong 0.4$ for all E_r profiles. For uniform and both monotonic E_r profiles, the resonance $n = 3$ is observed as a single perturbation at $I \cong 0.8$. However, the non-monotonic case reveals the resonance $n = 3$ with double location at $I \cong 0.6$ and $I \cong 1.0$, which corresponds to the twin islands separated by invariant surfaces in figure 3(d). In addition to that, the resonance $n = 2$ is related to the highest electrostatic amplitude in the drift wave spectrum and provides secondary islands at the plasma edge.

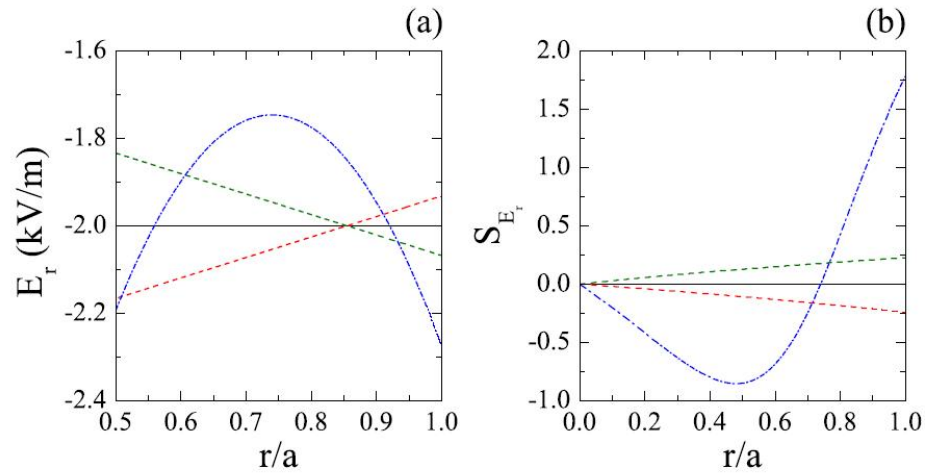


Figure 2. (a) Radial electric field and (b) electric field shear profiles for (solid black line) uniform, (dashed green/red line) monotonic with positive/negative shear and (dashed-dotted blue line) non-monotonic cases.

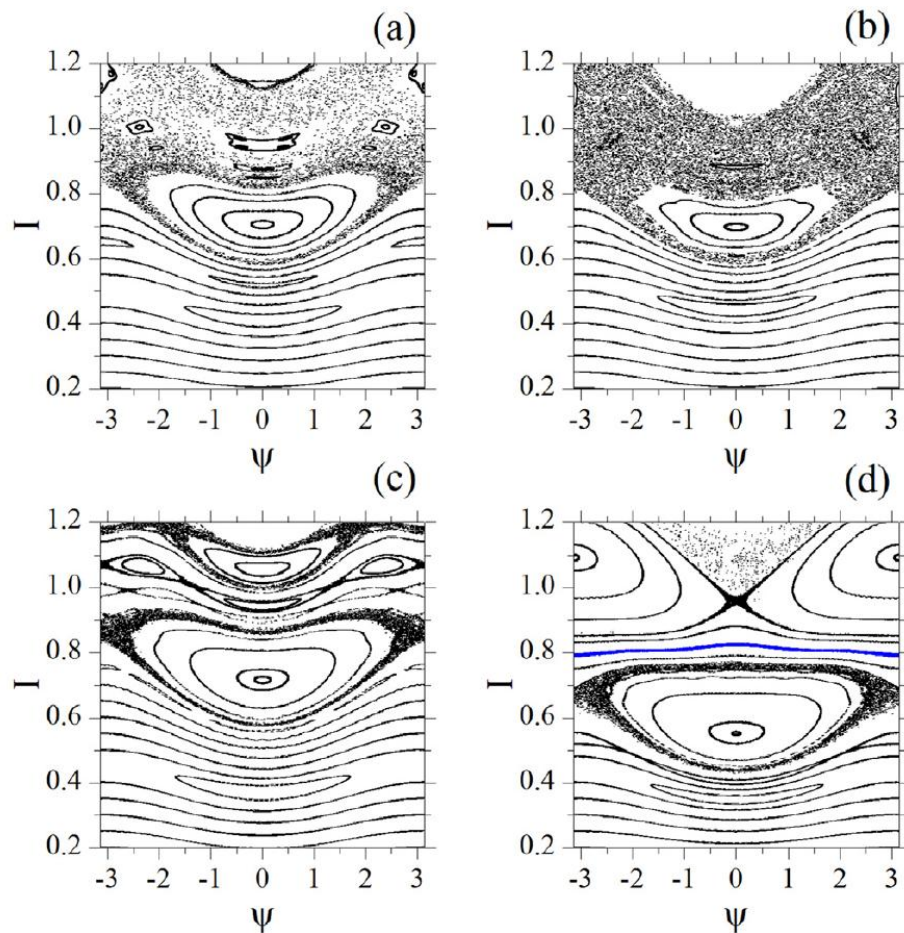


Figure 3. Poincaré maps for uniform (a), monotonic with negative shear (b), monotonic with positive shear (c) and non-monotonic (d) electric field profiles. The shearless curve is depicted in blue for the non-monotonic case.

To determine the radial position at the shearless invariant curve in figure 3(d), we calculate the rotation number that is defined as $\Omega = \lim_{i \rightarrow \infty} \Delta\psi_i / i$. For this, each action variable I gives an initial condition to Ω and $d\Omega/dI \cong 0$ leads to the shearless point shown in figure 6.

It is known that electric reversed shear may result in conditions to generate particle transport barriers located at the shearless radial position [15, 17]. In the map of figure 3(d) we identify such a distinctive invariant curve, in fact, a peculiar transport barrier caused by the electric reversed shear

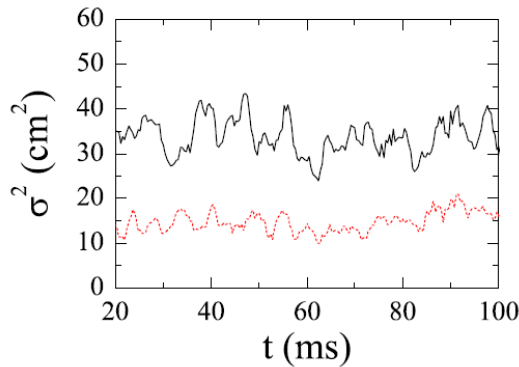


Figure 4. Standard deviation for (black line) uniform E_r profile and (dashed red line) monotonic E_r profile with negative shear.

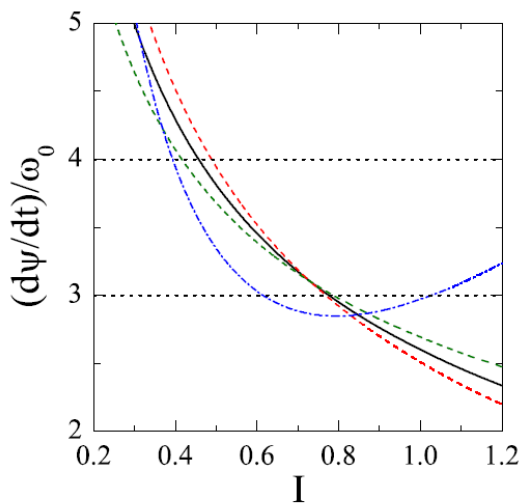


Figure 5. Resonance conditions for (solid black line) uniform, (dashed green/red line) monotonic with positive/negative shear and (dashed dotted blue line) non-monotonic E_r profiles.

configuration of figure 2, located at the shearless radial position where $d\Omega/dI \cong 0$ (see this radial position in figure 6). The indicated shearless barrier separates the particle orbits in the phase space and reduces the particle transport [26, 27]. Thus, this shearless curve acts as an internal transport barrier. Even if this barrier is broken by other waves, we expect, from other map analysis [28], that the chaotic orbits may present a large stickiness around the remaining islands, that reduces the transport. Moreover, we also observe that the magnetic shear causes a radial displacement of that barrier. Namely, note in figure 2(b) that the shearless position for non-monotonic E_r profile is found at $r/a \cong 0.7$, which corresponds to $I \cong 0.5$. However, the Poincaré map (figure 3(d)) shows the invariant curve at $I \cong 0.8$. This displacement occurs due to the magnetic shear, as can be inferred from the presence of the safety factor profile in equation (4b) used to calculate the phase evolution. Other magnetic shear effects on transport barriers are further analysed in more detail in the next section.

4. Magnetic shear effects

In addition to the previous section, next we further show that the magnetic shear can modify the particle orbits predicted by the

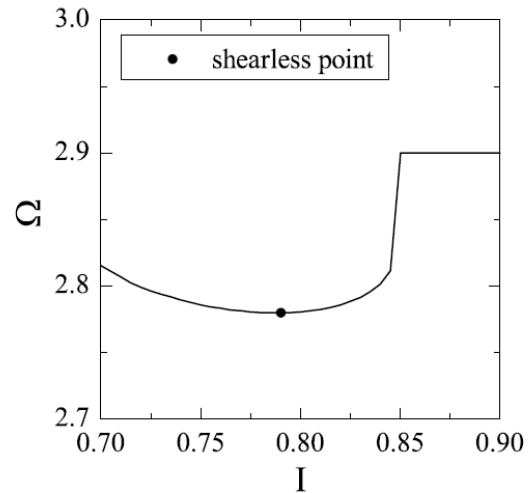


Figure 6. Rotation number profile for non-monotonic electric field case. The dot corresponds to the position of the shearless curve depicted in figure 3(d).

electric drift as the safety factor changes at the plasma edge. To make this effect evident we consider the non-monotonic electric shear profile of section 4 (represented by the non-monotonic dashed line of figure 2) and two different magnetic configurations, namely, two shear profiles with different $q(a)$ values. Comparing the particle orbits, represented in the Poincaré maps, we show that the alteration of the plasma edge safety factor significantly modifies the shearless transport barrier created by the considered non-monotonic electric shear profile. The described modification occurs because the less sheared magnetic configuration approaches the twin islands around the shearless transport barrier. The two safety factor profiles are chosen mainly to evidence the orbit alterations with the magnetic shear variation. These chosen profiles satisfy the resonant condition required for the existence of the shearless barrier. For example, the investigated shearless barrier does not exist for a profile varying from $q(0) = 1$ to $q(a) = 3$; although in this case the shear values are similar to those of the profile with $q(0) = 2$ and $q(a) = 4$, the necessary resonant condition is not satisfied. Yet, the attendance of the mentioned resonant condition is further evidence of the influence of the magnetic shear on the onset of transport barriers.

The magnetic shear is obtained by $S_q = (r/q)(dq/dr)$, with $q(r) = 1.99 + 1.99(r/a)^2$ for $r \leq a$, and $q(r) = q(a)(r/a)^2$ for $r > a$, with $q(a) = 3.98$ at the plasma edge. All the other parameters are the same as those used in the previous section.

The two safety factor and magnetic shear profiles considered in this section can be seen in figure 7. The new magnetic configuration introduced in this section, with $q(a) = 4$, has a lower magnetic shear compared with the one used in section 3 with $q(a) = 6$.

Figure 8 shows dimerized islands after a reconnection process of island separatrices [29]. This reconnection occurred due to the smaller separation between the hyperbolic point in the upper (lower) chain and the elliptic point in the lower (upper) chain caused by the magnetic shear decrease. This approach between the twin island chains can be understood

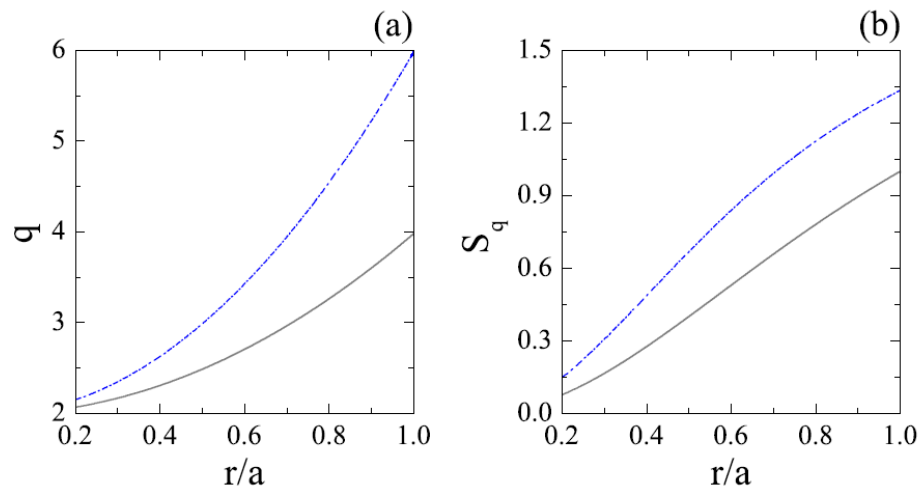


Figure 7. (a) Safety factor and (b) magnetic shear profiles for (dashed-dotted blue line) $q(a) = 6$ and (solid grey line) $q(a) = 4$ cases.

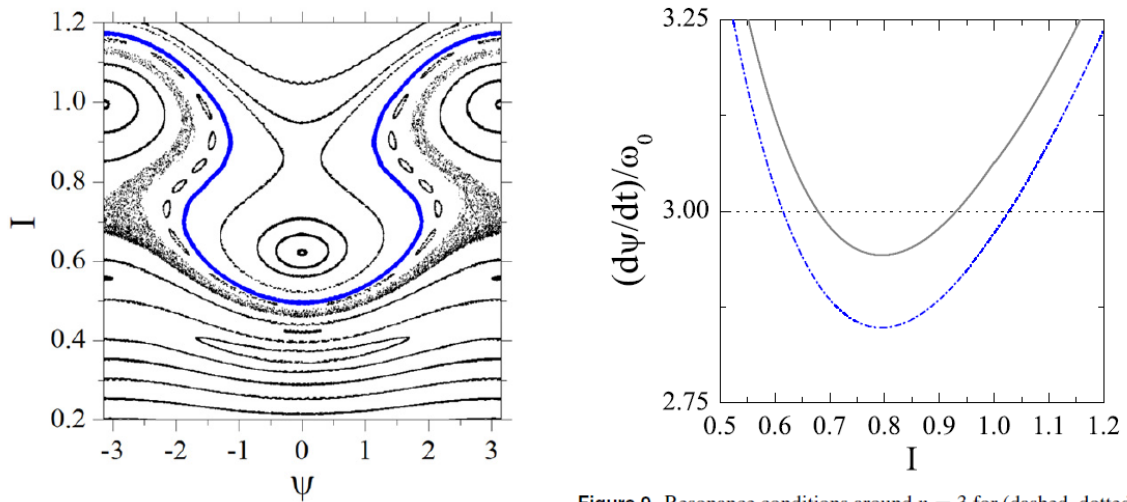


Figure 8. Poincaré maps for safety factor profile $q(a) = 4$ at the plasma edge. The shearless curve is depicted in blue.

by verifying, in figure 9, the lower separation of the two resonance localizations (where the island chains appear) for the lower shear case. In figure 9, the resonance localization is indicated by the condition $(d\psi/dt)/\omega_0 = n = 3$. The topological difference between the twin islands around the shearless invariant curve, observed in the maps of figures 3(d) and 8, is associated with orbit reconnection. This difference is a kind of reconnection typical of non-monotonic systems that present non-twist maps with shearless curves. In addition to the island reconnection, the reduction in magnetic shear also induces the onset of meanders, robust invariant curves on both sides of the shearless curve. The reconnection and the meanders are common to the non-twist maps as described in [26, 27].

5. Conclusions

We investigated the influence of electric and magnetic equilibrium profiles on the plasma edge particle transport in

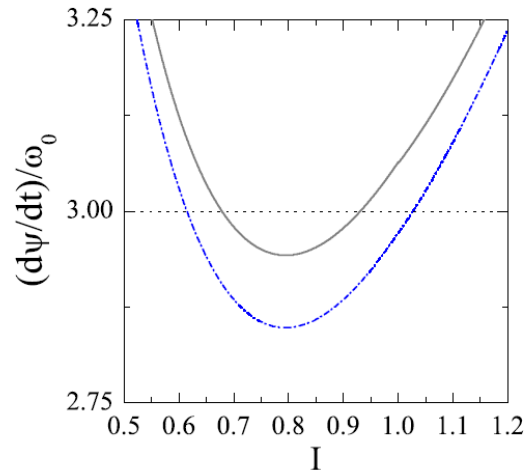


Figure 9. Resonance conditions around $n = 3$ for (dashed-dotted blue line) $q(a) = 6$ and (solid grey line) $q(a) = 4$ cases.

tokamaks. To do so, we applied a non-integrable drift-kinetic model to describe particle transport driven by drift waves in large aspect ratio tokamaks. In this model the particle transport is due to the Lagrangian chaotic trajectories of the test particles. We performed numerical simulations of particle motion by integrating the canonical equations, for the total flow formed by the equilibrium sheared flow and a few dominant resonant drift waves and the sheared equilibrium magnetic field. Thus, we considered different radial electric field profiles and our results concerning the particle transport contained the combined effects of magnetic and electric shears. Consequently, we studied the transport dependence on the radial profiles of the electric and magnetic fields. In our numerical simulations we considered electric shear profiles representative of those observed in tokamaks with an electric bias. Rather than comparing our results with particular experiments, we looked for conceptual transport alterations expected from the profile modifications created by the biasing.

In our analysis we obtained Poincaré mappings from numerically integrated particle trajectories and compared the

extension of chaotic regions for uniform and monotonic electric and magnetic field profiles with different shears. Moreover, we also calculated the radial transport for these different profiles. Thus, we showed that particle transport at the plasma edge can be reduced by properly modifying the electric and magnetic shear profiles.

For non-monotonic radial electric field profile, we also observed non-twist transport barriers displaced from the shearless point due to the presence of the magnetic shear. The shearless curve in the Poincaré maps were identified by the extreme values of the rotation number profiles of the invariant curves. These barriers are robust and persist for magnetic shear variations expected in present tokamaks.

Acknowledgments

The authors acknowledge financial support from São Paulo Research Foundation (FAPESP, Brazil) under Grant No 2013/03401-6 and No 2011/19296-1, CNPq (Brazil), and CAPES (Brazil).

References

- [1] Terry P.W. 2000 *Rev. Mod. Phys.* **72** 109
- [2] Horton W. 1999 *Rev. Mod. Phys.* **71** 735
- [3] Park H.-B., Heo E.-G., Horton W. and Choi D.-I. 1997 *Phys. Plasmas* **4** 3273
- [4] Horton W. 2012 *Turbulent Transport in Magnetized Plasmas* (Singapore: World Scientific)
- [5] Ritz C.P., Bengtson R.D., Levinson S.J. and Powers E.J. 1984 *Phys. Fluids* **27** 2956
- [6] Ritz C.P. et al 1989 *Phys. Rev. Lett.* **62** 1844
- [7] Ritz C.P., Lin H., Rhodes T.L. and Wootton A.J. 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 2543
- [8] Oost G.V. et al 2003 *Plasma Phys. Control. Fusion* **45** 621
- [9] Hidalgo C., Pedrosa M.A. and Gonçalves B. 2002 *New J. Phys.* **4** 51
- [10] Devynck P., Stckel J., Admek J., Āuran I., Hron M. and Oost G.V. 2003 *Czech. J. Phys.* **53** 853
- [11] Weynants R.R. 2001 *J. Plasma Fusion Res. Ser.* **4** 3
- [12] Oost G.V., Gunn J.P., Melnikov A., Stöckel J. and Tendler M. 2001 *Czech. J. Phys.* **51** 957
- [13] Wagner F. 2007 *Plasma Phys. Control. Fusion* **49** 1
- [14] Miskane F., Garbet X., Dezairi A. and Saifaoui D. 2000 *Phys. Plasmas* **7** 4197
- [15] Horton W., Park H.-B., Kwon J.-M., Strozzi D., Morrison P.J. and Choi D.-I. 1998 *Phys. Plasmas* **5** 3910
- [16] Horton W. 1985 *Plasma Phys. Control. Fusion* **27** 937
- [17] Marcus F.A., Caldas I.L., Guimarães-Filho Z.O., Morrison P.J., Horton W., Kuznetsov Y.K. and Nascimento I.C. 2008 *Phys. Plasmas* **15** 112304
- [18] Kwon J.-M., Horton W., Zhu P., Morrison P.J., Park H.-B. and Choi D.-I. 2000 *Phys. Plasmas* **7** 1169
- [19] Mouden M.El., Saifaoui D., Dezairi A., Zine B. and Eddahby M. 2007 *J. Plasmas Phys.* **73** 439
- [20] Imzi H., Saifaoui D., Dezairi A., Miskane F. and Benharraf M. 2002 *Eur. Phys. J. Appl. Phys.* **17** 45
- [21] Nascimento I.C. et al 2005 *Nucl. Fusion* **45** 796
- [22] Marcus F.A., Kroetz T., Roberto M., Caldas I.L., da Silva E.C., Viana R.L. and Guimarães-Filho Z.O. 2008 *Nucl. Fusion* **48** 024018
- [23] Ferreira A.A., Heller M.V.A.P. and Caldas I.L. 2000 *Phys. Plasmas* **7** 3567
- [24] Severo J.H.F., Nascimento I.C., Tsypin V.S. and Galvão R.M.O. 2003 *Nucl. Fusion* **43** 1047
- [25] Biglari H., Diamond P.H. and Terry P.W. 1990 *Phys. Fluids B* **2** 1
- [26] Caldas I.L., Viana R.L., Szezech J.D. Jr, Portela J.S.E., Fonseca J., Roberto M., Martins C.G.L. and da Silva E.J. 2012 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **17** 2021
- [27] del Castillo-Negrete D. and Morrison P.J. 1993 *Phys. Fluids A* **5** 948
- [28] Szezech J.D. Jr, Caldas I.L., Lopes S.R., Viana R.L. and Morrison P.J. 2009 *Chaos* **19** 043108
- [29] Roberto M., da Silva E.C., Caldas I.L. and Viana R.L. 2004 *Phys. Plasmas* **11** 214

D.2 – Particle transport induced by electrostatic wave fluctuations

IOPscience

iopscience.iop.org

[Home](#) [Search](#) [Collections](#) [Journals](#) [About](#) [Contact us](#) [My IOPscience](#)

Particle transport induced by electrostatic wave fluctuations

This content has been downloaded from IOPscience. Please scroll down to see the full text.

View [the table of contents for this issue](#), or go to the [journal homepage](#) for more

Download details:

IP Address: 179.223.52.109

This content was downloaded on 24/05/2016 at 20:29

Please note that [terms and conditions apply](#).

Particle transport induced by electrostatic wave fluctuations

K C Rosalem¹, M Roberto¹ and I L Caldas²

¹ Departamento de Física, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 12228-900, São José dos Campos, SP, Brazil

² Instituto de Física, Universidade de São Paulo, 05315-970, São Paulo, SP, Brazil

E-mail: kaue@ita.br

Abstract. Particle transport driven by electrostatic waves at the plasma edge is numerically investigated, for large aspect ratio tokamaks, by considering a kinetic model derived from guiding-center equations of motion. Initially, the transport is estimated for trajectories obtained from differential equations for a wave spectrum generated by a dominant spatial mode and three time modes. Then, in case of infinite time modes, the differential equations of motion are used to introduce a symplectic map that allows to analyze the particle transport. The particle transport barriers are observed for spatial localized dominant perturbation and infinite modes. In presence of infinite spatial modes, periodic islands arise in between chaotic trajectories at the plasma edge.

1. Introduction

Several experiments in tokamaks indicate a broad frequency spectrum of plasma drift waves for each wave number [1-3] and the drift waves show substantial amplitudes that imply chaotic particle trajectories [4-8]. Thus, the drift waves are essential features to properly describe the observed driven turbulent transport. Accordingly, this transport is mainly caused by the particle $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ drift due to the equilibrium and the perturbing electric fields [9,10] and such transport is much affected by the equilibrium field radial profiles [11-13].

In this work, we integrated numerically particle trajectories to investigate the relation between transport and electrostatic wave fluctuations at the plasma edge for large aspect ratio tokamaks. Initially, we assume different amplitude levels in the wave spectra for three specific time modes. The particle trajectories are obtained by integrating differential equations. Complementary, to investigate infinite mode perturbations, these equations of motion are rewritten as a symplectic map in which all modes have the same amplitude.

Early works on electrostatic wave fluctuations derive a drift wave maps around the radial position associated to the minimum of safety factor profiles [4-6]. However, the confined particles can leave the neighborhoods of this minimum point for long time integration. Avoiding this radial limitation, we show how the transport is affected by changing the shear of the radial electric and poloidal magnetic fields [14]. To describe drift waves in tokamak plasmas, the electrostatic spatial modes have to be defined by a dominant perturbations or treat as a generalized modes. Besides, we also study how the particle orbits are modified when the local perturbations are replaced by infinite spatial modes.

In section 2, we introduced the drift-kinetic model that leads to the differential equations for the particle trajectories in the vicinity of a given magnetic and electric field profiles. In section 3, we

¹ To whom any correspondence should be addressed.



compared the Poincaré maps obtained by integrating the drift-kinetic model for specific resonances with the symplectic map for infinite spatial modes. The observed particle transport is summarized and concluded in section 4.

2. Drift-kinetic model

This section provides the model for which the particle trajectories can be calculated in presence of fluctuating electrostatic potential, describing drift waves propagating in the poloidal and toroidal directions according to the spatial modes. For that, we consider the particle trajectories along the magnetic field lines and the displacement due to the drift velocity in the guiding-center equation of motion,

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = v_{\parallel} \frac{\mathbf{B}}{B} + \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2}, \quad (1)$$

where the components of $\mathbf{x} = (r, \vartheta, \varphi)$ are defined as the local polar coordinates. Thus, the plasma configuration corresponds to a layer of large aspect ratio tokamak.

The electric field is composed by a fluctuating component $\tilde{\mathbf{E}} = -\nabla\tilde{\phi}$ plus an equilibrium radial profile \mathbf{E}_r , and the magnetic curvature is introduced by the safety factor profile for $B \approx B_{\varphi} \gg B_{\vartheta}$. In order to consider a fluctuating potential in this model we use the wave spectrum,

$$\tilde{\phi}(\mathbf{x}, t) = \sum_{m,l,n} \phi_{m,l,n} \cos(m\vartheta - l\varphi - n\omega_0 t), \quad (2)$$

where $\phi_{m,l,n}$ is the mode amplitude, ω_0 the lowest angular frequency with substantial amplitude in the drift wave spectrum, m and l define the spatial modes and n the time mode in this coordinate system. In the numerical simulations, we assume a dominant M/L spatial mode and three harmonics n time modes.

We introduce action and angle variables as $I = (r/a)^2$ and $\Psi = M\vartheta - L\varphi$, respectively [5]. Taking these assumptions we obtain the differential equations for the particle trajectories,

$$\frac{dI}{dt} = \frac{2M}{a^2 B} \sum_{M,L,n} \phi_{m,l,n} \sin(\Psi - n\omega_0 t), \quad (3)$$

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{v_{\parallel}}{Rq(I)} [M - Lq(I)] - \frac{ME_r(I)}{aB\sqrt{I}}. \quad (4)$$

To solve this system, the equilibrium fields and the parallel velocity along the magnetic field lines have to be defined for a set tokamak parameters.

3. Transport barrier and diffusion

We investigate numerically the particle transport properties by integrating the equations of motion. Simulations are carried out using the TCABR tokamak parameters, assuming a dominant spatial mode $M/L = 16/4$, particle parallel velocity constant $v_{\parallel} = 1.5 \text{ km s}^{-1}$ along the trajectories [15] and lowest angular frequency $\omega_0 = 6 \times 10^4 \text{ rad s}^{-1}$ [3]. For this tokamak configuration we use $R = 61 \text{ cm}$, $a = 18 \text{ cm}$ and $B = 1.1 \text{ T}$. We choose the non-monotonic electric field and monotonic magnetic field profiles discussed in [14].

In order to analyze changes in the radial transport due to the amplitude modes ϕ_{MLn} , we compare the wave spectra for the cases (a) and (b) in figure 1. These perturbing spectra are composed by three time modes n at the plasma edge, whose resonance radial positions can be determined by taking the condition $d/dt(\Psi - n\omega_0 t) \cong 0$. In figure 2 we observe the resonance conditions around $n = 3$ with double location for the radial positions.

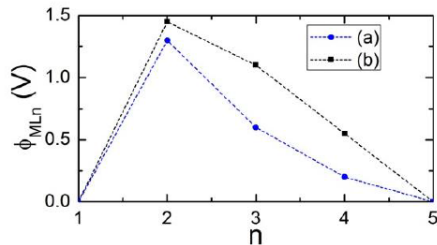


Figure 1. Electrostatic wave spectra (a) and (b) for a dominant $M/L = 16/4$ spatial mode.

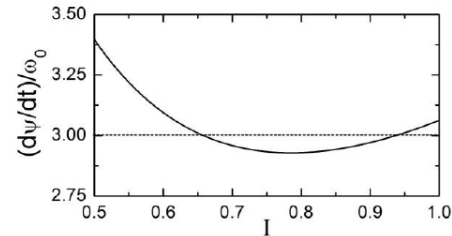


Figure 2. Resonance conditions around $n = 3$ and assuming the lowest angular frequency as $\omega_0 = 6 \times 10^4 \text{ rad s}^{-1}$ for the cases (a) and (b) in figure 1.

In figure 3(a) we present the Poincaré map obtained by integrating equations (3) and (4) for various initial conditions and assuming the wave spectrum (a) shown in figure 1. The resonance $n = 3$ corresponds to the twin islands separated by the shearless curve depicted in red, which is located by the extremum value of the rotational number profile [14]. In figure 3(b) we assumed the wave spectrum (b) of figure 1, and all the other parameters are the same as those used in the previous map. The onset of meanders [16,17] are induced around of the shearless curve by increasing the wave mode amplitudes. Furthermore, this mode increasing also gives rise to noticeable chaotic trajectories around the inner radial perturbation created by $n = 4$, as seen in figure 3(b). The invariant shearless barrier persists for the modified spectrum.

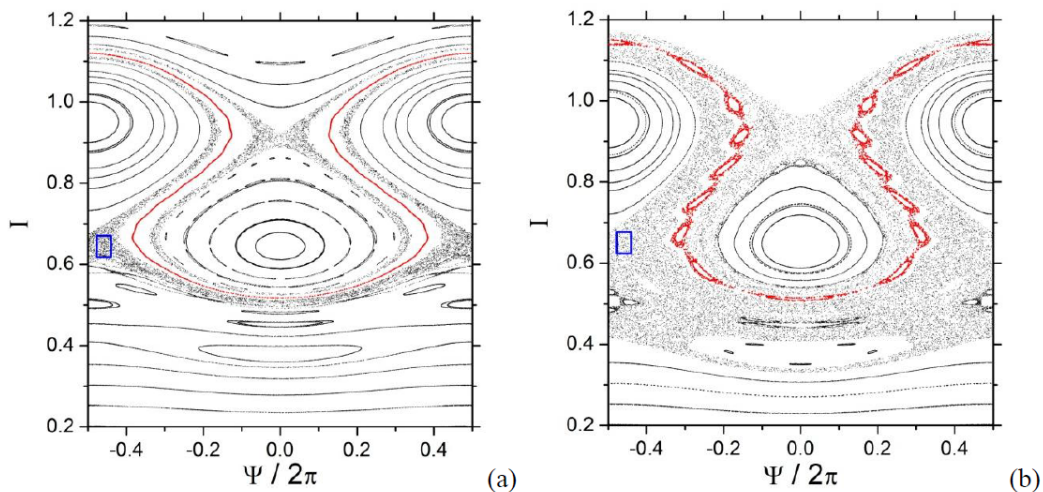


Figure 3. Poincaré maps for the wave spectra (a) and (b) in figure 1. The potential mode amplitudes in case of (a) are $\phi_{MLn=2} = 1.30 \text{ V}$, $\phi_{MLn=3} = 0.60 \text{ V}$, and $\phi_{MLn=4} = 0.20 \text{ V}$, for (b) are $\phi_{MLn=2} = 1.45 \text{ V}$, $\phi_{MLn=3} = 1.10 \text{ V}$, and $\phi_{MLn=4} = 0.55 \text{ V}$. The shearless curves can be identified by the invariant in red. Initial conditions for running diffusion coefficients are shown in the blue grids.

Figure 4 shows the time dependence of the running diffusion coefficient [4] calculated for the particle radial positions for cases (a) and (b) of wave spectra in figure 1. For these calculations, we considered the blue grid in the Poincaré maps of figure 3. One observes the increase of particle transport as increasing the amplitude modes by modifying the wave spectrum.

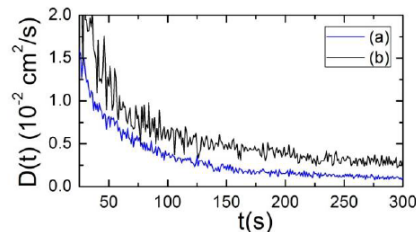


Figure 4. Running diffusion coefficients for the blue grids depicted in figure 3.

Despite this model relates a specific electrostatic amplitude for each time mode, it is limited by the wave spectrum characterized by finite n modes. To simulate how a continuum wave spectrum affects the particle transport, a symplectic map is derived for infinite time modes. In this case, one can approach the oscillations sum by considering the delta function and impulsive iterations at time $t = 2\pi n/\omega_0$. Thus, one can rewrite the equations (3) and (4) as a map given by

$$I_{N+1} = I_N + \frac{4\pi M}{\omega_0 a^2 B} \phi_{ML} \sin(\chi), \quad (5)$$

$$\chi_{N+1} = \chi_N + R_1(I_{N+1}) + R_2(I_{N+1}), \quad (6)$$

$$R_1(I) = \frac{v_{\parallel}}{\omega_0 R q(I)} [M - Lq(I)], \quad (7)$$

$$R_2(I) = -\frac{ME_r(I)}{\omega_0 a B \sqrt{I}}, \quad (8)$$

where the angle variable is defined as $\chi = \Psi/2\pi$.

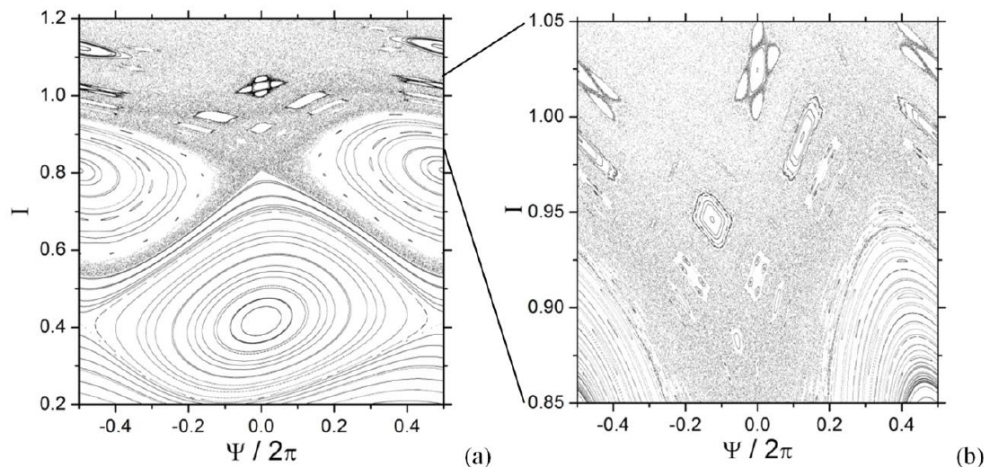


Figure 5. Symplectic map (a) for potential mode amplitude $\phi_{ML} = 0.65 V$ and (b) the same map amplified at the plasma edge.

In figure 5 we present the symplectic map by using the equations (5) and (6) for various initial conditions and considering the same dominant spatial mode as in figure 3. The symplectic map shows the same structures for particle transport predictions, as seen in figure 5(a). Since the map has infinite time modes at the plasma edge, we expect to identify many islands immersed in a chaotic sea, as it is clearly shown by the amplification in figure 5(b).

4. Conclusions

We have investigated how the particle transport increases with the mode amplitude of the fluctuating electric potential and how this transport changes with the radial field profiles. To analyze this dependence, the running coefficient has been computed and compared for modifications in the drift wave spectrum. We observed in the Poincaré maps robust barriers provided by the electric and magnetic configurations that persist for these spectra. Through the resonance condition, we identified these barriers in between the twin islands region. From the equations of motion we introduced a symplectic map to consider infinite time modes of perturbations. For this map method, we observed many islands where the particles could be trapped along of their trajectories at the plasma edge.

Acknowledgments

This work was supported by São Paulo Research Foundation (FAPESP, Brazil) under Grant No 2013/0340-6 and 2011/19296-1, CNPq and CAPES.

References

- [1] Devynck P, Stckel J, Admek J, Duran I, Hron M and Oost G V 2003 *Czech. J. Phys* **53** 853
- [2] Oost G V, Admek J, Antoni V, Balan P, Boedo JA, Devynck P, Duran I, Eliseev L, Gunn J P, Hron M, Ionita C, Jachmich S, Kirnev G S, Martines E, Melnikov A, Schrittwieser R, Silva C, Stöckel J, Tendler M, Varandas C, Schoor M V, Vershkov V, and Weynants R R 2003 *Plasma Phys. Contr. Fusion* **45** 621
- [3] Nascimento I C, Kuznetsov Yu K, Guimarães-Filho Z O, Chamaa-Neto I El, Usuriaga O, Fonseca A M M, Galvão R M O, Caldas I L, Severo J H F, Semenov I B, Ribeiro C, Heller M V P, Bellintani V, Elizondo J I, Sanada E 2007 *Nucl. Fusion* **47** 1570
- [4] Park H-B, Heo E-G, Horton W, and D-I Choi 1997 *Phys. Plasmas* **4** 3273
- [5] Horton W, Park H-B, Kwon J-M, Strozzi D, Morrison P J, and Choi D-I 1998 *Phys. Plasmas* **5** 3910
- [6] Kwon J-M, Horton W, Zhu P, Morrison P J, Park H-B, and Choi D-I 2000 *Phys. Plasmas* **7** 1169
- [7] Miskane F, Garbet X, Dezairi A, and Saifaoui D 2000 *Phys. Plasmas* **7** 4197
- [8] Marcus F A, Caldas I L, Guimarães-Filho Z O, Morrison P J, Horton W, Kuznetsov Y K, and Nascimento I C 2008 *Phys. Plasmas* **15** 112304
- [9] Horton W 1999 *Rev. Mod. Phys.* **71** 735
- [10] Del-Castillo-Negrete D and Martinelli J J 2012 *Commun. in Nonlinear Sci. and Numer. Simul.* **17** 2031
- [11] Ritz C P, Bravenec R V, Schoch P M, Bengtson R D, Boedo J A, Forster J C, Gentle K W, He Y, Hickok R L, Kim Y J, Lin H, Phillips P E, Rhodes T L, Rowan W L, Valanju P M, and Wootton A J. 1989 *Phys. Rev. Lett.* **62** 1844
- [12] Hidalgo C, Pedrosa M A, and Gonçalves B 2002 *New J. Phys.* **4** 51
- [13] Gürçan Ö D, Garbet X, Hennequin P, Diamond P H, Casati A, and Falchetto G L 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 255002
- [14] Rosalem C K, Roberto M, Caldas I L 2014 *Nucl. Fusion* **54** 064001
- [15] Severo J H F, Nascimento I C, Tsypin V S, and Galvão R M O 2003 *Nucl. Fusion* **43** 1047
- [16] Caldas I L, Viana R L, Szezech J D Jr, Portela J S E, Fonseca J, Roberto M, Martins C G L, Silva E J 2012 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **17** 2021
- [17] Szezech J D Jr, Caldas I L, Lopes S R, Morrison P J, Viana R L 2012 *Phys. Rev. E* **86** 036206

D.3 – Drift-wave transport in the velocity shear layer

Artigo submetido para publicação na revista *Physics of Plasmas* em 29 de Maio de 2016 e aceito para publicação em 16 de Junho de 2016.

Previsão de publicação informada pelo editor da revista *Physics of Plasmas*: Julho de 2016.

Resposta do editor:

Dear Dr. Roberto,

*I am very pleased to inform you that your manuscript, referenced below, has been accepted for publication in *Physics of Plasmas*, and is tentatively scheduled for publication in the July 2016 issue:*

"Drift-wave transport in the velocity shear layer"

Sincerely,

Dr. Michael E. Mauel

Editor

Physics of Plasmas

Columbia University

Department of Applied Physics and Applied Mathematics

500 West 120th Street

New York, NY 10027, USA

Telephone: 516-576-2347

Drift-wave transport in the velocity shear layer

K.C. Rosalem,¹ M. Roberto,¹ and I.L. Caldas²

¹*Departamento de Física, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP, 12228-900, Brazil*

²*Instituto de Física, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 05315-970, Brazil*

Particle drift driven by electrostatic wave fluctuations is numerically computed to describe the transport in a gradient velocity layer at the tokamak plasma edge. We consider an equilibrium plasma in large aspect ratio approximation with $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ flow and specified toroidal plasma velocity, electric field, and magnetic field profiles. A symplectic map, previously derived for infinite coherent time modes, is used to describe the transport dependence on the electric, magnetic, and plasma velocity shears. We also show that resonant perturbations and their correspondent islands in the Poincaré maps are much affected by the toroidal velocity profiles. Moreover, shearless transport barriers, identified by extremum values of the perturbed rotation number profiles of the invariant curves, allows chaotic trajectories trapped into the plasma. We investigate the influence of the toroidal plasma velocity profile on these shearless transport barriers.

I. INTRODUCTION

Tokamak plasma confinement is limited by the electrostatic turbulence and the associated particle transport at the plasma edge [1, 2]. The turbulence-driven particle transport is mainly caused by the particle $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ drift [3–5] at the plasma edge and the fluctuating electrostatic field is associated with drift waves, driven by equilibrium radial gradients, propagating in the poloidal and toroidal directions [6]. Several experiments in tokamaks show this transport reduced by properly changing the equilibrium radial profiles of the electric and magnetic fields [7, 8, 9].

To investigate the influence of the electric and magnetic fields profiles on the particle transport at the tokamak plasma edge, a guiding-center model was proposed to describe the particle transport, driven by drift waves propagating in the plasma edge, for large aspect ratio tokamaks with an equilibrium $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ poloidal flow [10, 11]. This model has been applied to numerically investigate the onset of transport barriers in tokamaks [12, 13]. Complementary, influence of the $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ poloidal flow on the turbulence and plasma edge transport has been experimentally identified [3, 4] and theoretically investigated [14].

The model introduced in Ref. [11] was used to derive, for a spectrum with infinite coherent time modes, a non integrable symplectic map that describes test particle transport in sheared plasmas. This drift map has been used to numerically investigate the transport dependence on electric and magnetic shears spatial profiles [13]. On the other hand, tokamak

experiments and initial simulations show that particle transport depends on the particle velocity profile [15-18]. However, the influence of the velocity profile on the particle transport has not yet been much explored in the mentioned drift map.

In this work, we apply the drift map derived in [11] to numerically obtain Poincaré maps which show the influence of particle toroidal velocity profile on the particle transport at the plasma edge. In particular, assuming equilibrium profiles for electric and magnetic fields, and plasma flow, we give examples of changes in the shearless invariant lines, observed at the radial position where the rotation number profiles has an extremum. These shearless lines act as internal particle transport barriers separating trajectories in the phase space. Considering a non-monotonic radial electric field profile, for both the monotonic and non-monotonic safety factor profiles, we give examples of the influence of the uniform and non-uniform velocity profiles on the transport and the periodic structures seen in these maps.

In section II, we present the symplectic map that describes the particle trajectories. In section III, we introduce the equilibrium electric field, safety factor, and parallel velocity profiles. In section IV, the parallel velocity effects are investigated for a monotonic safety factor profile. In section V, we analyze such effects for a safety factor non-monotonic profile and show how the particle transport increases with the potential amplitude. The conclusions are left to the section VI.

II. DRIFT MAP

The considered plasma configuration corresponds to a layer of a large aspect ratio tokamak. In the considered model, particle trajectories are described by the guiding-center equation of motion

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = v_{\parallel} \frac{\mathbf{B}}{B} + \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} \quad (1)$$

where $\mathbf{x} = (r, \vartheta, \varphi)$ is written in local polar coordinates with r as the radial position, ϑ and φ , respectively, as the poloidal and toroidal angles. The electric field is composed by a fluctuating component $\tilde{\mathbf{E}} = -\nabla\tilde{\phi}$ plus an equilibrium radial field \mathbf{E}_r , and the magnetic configuration is introduced by the safety factor profile for $B \approx B_{\varphi} \gg B_{\vartheta}$. Here v_{\parallel} is the particle velocity along to the toroidal direction. In this approximation, the safety factor can be calculated as $q = rB_{\varphi}/RB_{\vartheta}$.

For the fluctuating potential we use the finite mode drift wave spectrum,

$$\tilde{\phi}(\mathbf{x}, t) = \sum_{M,L,n} \phi_{m,l,n} \cos(M\vartheta - L\varphi - n\omega_0 t) \quad (2)$$

where all mode amplitudes $\phi_{M,L,n}$ are equal for the considered range of radial position, M and L define the dominant spatial modes in this coordinate system, and ω_0 the lowest angular frequency with substantial amplitude in the drift wave spectrum. Considering an infinite number of modes with frequencies $n\omega_0$ it is possible to introduce impulsive iterations at $t = 2\pi n/\omega_0$.

For convenience, we assume action and helical angle variables [11], such as $I = (r/a)^2$ and $\Psi = (M\theta - L\varphi)$, respectively. In Ref. [11], for the considered wave modes, the following symplectic drift map equations were derived

$$I_{N+1} = I_N + \frac{4\pi M}{a^2 B \omega_0} \phi_{ML} \sin(\chi) \quad (3)$$

$$\chi_{N+1} = \chi_N + R_1(I_{N+1}) + R_2(I_{N+1}) \quad (4)$$

$$R_1(I) = \frac{v_{\parallel}(I)}{\omega_0 R q(I)} [M - L q(I)] \quad (5)$$

$$R_2(I) = -\frac{M}{\omega_0 a B} \frac{E_r(I)}{\sqrt{I}} \quad (6)$$

where $\chi = \Psi/2\pi$. To solve these equations we have to introduce the electric and magnetic equilibrium fields. Furthermore, the parallel velocity profile $v_{\parallel}(I)$ can be inserted in this model considering its experimental dependence with the radial plasma position [19]. Since we are interested in studying what occurs near the plasma edge where $R_1(I) \gg R_2(I)$, the resonance conditions of interest are mainly determined by the safety factor and the parallel velocity profile that appears in $R_1(I)$.

For $\phi_{ML} = 0$ the map is integrable, all orbits are regular, either periodic or quasi-periodic for any initial condition, $I = I_0$ and $\Delta\chi \equiv R_1(I) + R_2(I)$. In this case, the rotation number $\Omega(I)$ is a constant along to the orbit for each initial action I_0 . Then, each invariant line is horizontal in the phase space and characterized by its rotation number. The wave inclusion, $\phi_{ML} \neq 0$, breaks the integrability and I_0 is not anymore a constant of motion. Even so, for the rippled invariant lines we can define the rotation number as the limit $\Omega = \lim_{i \rightarrow \infty} \Delta\Psi_i/i$. Thus, in general, the rotation number $\Omega(I)$ depends on the I value.

On the other hand, considering the wave perturbation, the map describes a mixed phase space with regular and chaotic orbits. The particle transport occurs whenever the orbits are chaotic, and for these orbits the rotation number is not defined. In this context, the remaining invariant curve act as transport barriers, but, in general, they can be destroyed by increasing the perturbing wave amplitude [20]. However, an invariant line may resist to be broken if their rotation number is an extremum. This shearless line acts as lasting internal transport barrier [21], limiting the transport to each side of phase space, and a strength perturbation amplitude is required to break it allowing a global transport.

III. ELECTRIC, MAGNETIC, AND VELOCITY PROFILES

In this work, we assume a spatial dominant mode $M/L = 15/6$ and a non-monotonic radial electric field E_r to investigate the influence of v_{\parallel} profiles for monotonic and non-monotonic magnetic configurations given by the safety factor profiles. For that, particle parallel velocity with positive uniform, negative uniform and sheared profiles are combined with

both magnetic configurations. The parameters and profiles used in the present work are compatible with those chosen in Ref. [19] to simulate the transport in TCABR tokamak.

The non-monotonic electric field profile is given by the expression $E_r = 3\alpha r^2 + 2\beta r + \gamma$, where the coefficients are $\alpha = 80.00 \times 10^3$, $\beta = 31.95 \times 10^3$ and $\gamma = 3.00 \times 10^3$ (see Fig. 1(a)). All results of this study are obtained by assuming this non-monotonic radial electric field that is seen as a factor to develop a particle transport barrier that allows trapping chaotic trajectories inside the plasma [13]. For monotonic safety factor profile we use $q(I) = 2.00 + 3.00 I^2$ and for non-monotonic one $q(I) = 5.00 - 6.30 I^2 + 6.30 I^3$, see Fig. 1 (b). These profiles are chosen to investigate the influence of magnetic and electric shears, combined to the particle parallel velocity, on the particle transport.

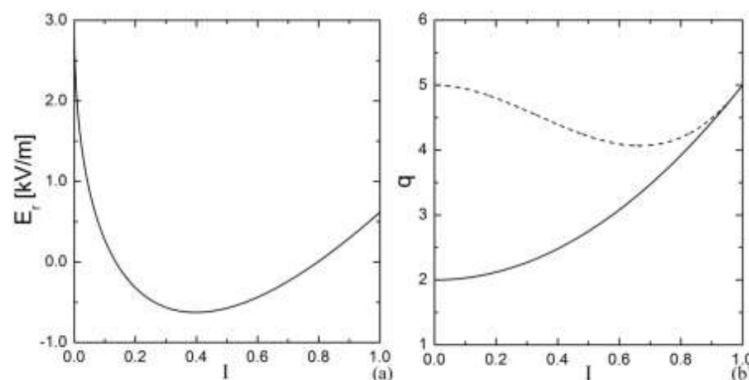


FIG. 1. Radial electric field (a) and safety factor (b) with monotonic profile (solid line) and non-monotonic profile (dashed line).

The simulations are performed using the particle parallel velocities $v_{\parallel} = 2.5 \text{ km/s}$, $v_{\parallel} = -2.5 \text{ km/s}$, and $v_{\parallel}(I) = 2.5 \tanh(10.0I - 9.6) \text{ [km/s]}$ in the case of sheared profile characterized by gradients at the plasma edge (see Fig. 2). These velocity profiles are compatible with the experimental measurements in TCABR tokamak [19]. The lowest angular frequency in the power spectrum obtained by floating potential measurements is $\omega_0 = 6 \times 10^4 \text{ rad/s}$. Finally, for this tokamak configuration we use $R = 61 \text{ cm}$, $a = 18 \text{ cm}$ and $B = 1.1 \text{ T}$ [12, 13, 19].

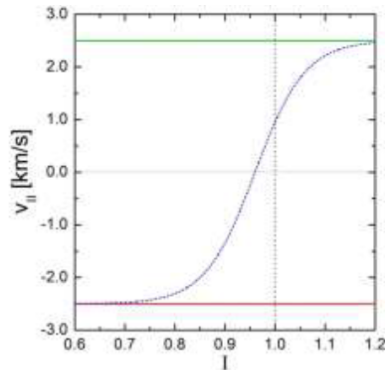


FIG. 2. Radial velocities for positive uniform profile (green line), negative uniform profile (red line) and sheared profile (blue dashed line) at the plasma edge. Colored only in the online version.

IV. PARALLEL VELOCITY EFFECTS WITH MONOTONIC SAFETY FACTOR PROFILE

Initially, we investigate the particle trajectories for each of the three parallel velocity profiles, shown in Fig. 2, with the electric field profile of Fig. 1(a) and the monotonic safety factor profile of Fig. 1(b). For each velocity profile, we present a set of orbits in the phase space and the rotation number profiles, calculated as defined in Section III, i.e., for orbits starting with a fixed initial helical angle Ψ in the phase space. The periodic orbits are observed around the radial position where the rotation number assumes rational values and the shearless radial position is located at the maximum or minimum of the rotational number profiles.

Figure 3 shows Poincaré sections of the drift map for $\phi_{ML} = 250$ mV using three different velocity profiles. For positive uniform velocity profile, we observe resonance condition around $I = 0.5$ and chaotic particle trajectories occur for $I > 0.8$, as shown in Fig. 3(a). Changing $v_{||}$ for a negative uniform velocity we observe the positions of hyperbolic points replaced by stable elliptic points, as seen in Fig. 3(b). The Poincaré map for sheared velocity profile is shown in Fig. 3(c), where we observe the inner island as the one around $I = 0.5$ seen in Fig. 3(b). However, we observe the periodic structures embedded in a chaotic sea with the elliptic points located at $\Psi/2\pi \approx 0$ as those seen in Fig. 3(a).

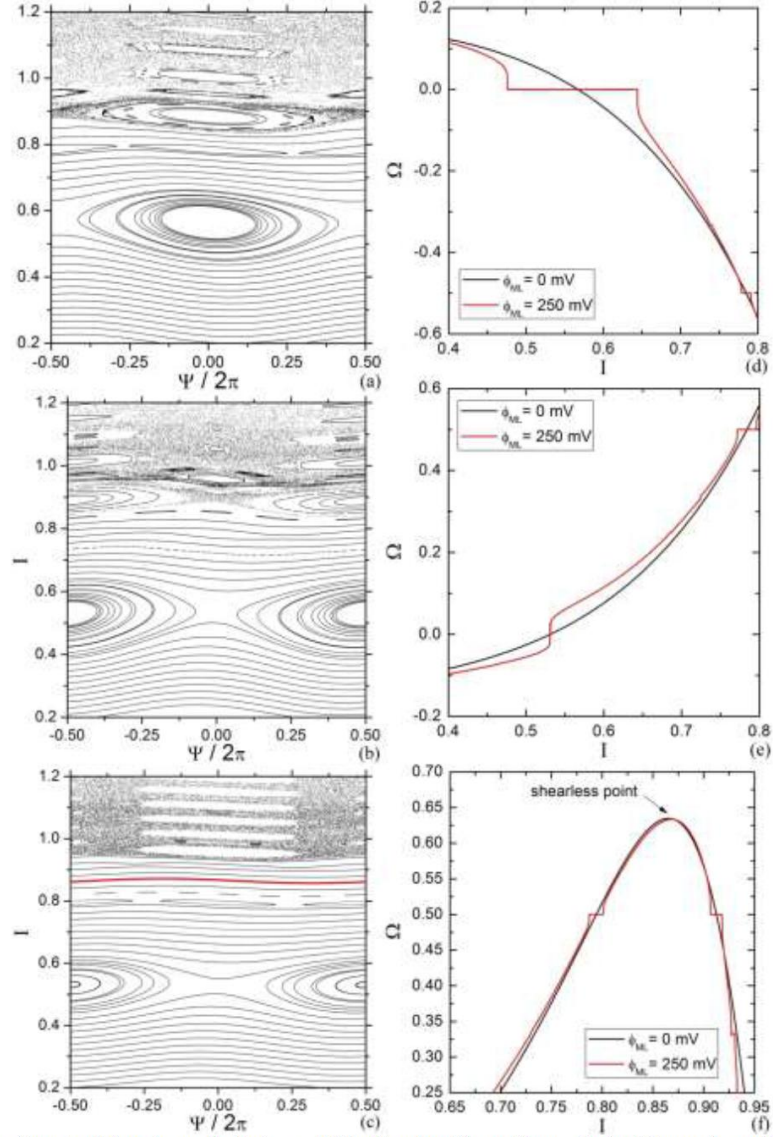


FIG. 3. Poincaré maps for potential mode amplitude $\phi_{ML} = 250$ mV and positive uniform velocity (a), negative uniform velocity (b) and sheared velocity (c) profiles showed in Fig. 2. The shearless curve is depicted in red in (c). For these maps we used a monotonic safety factor profile showed in Fig. 1(b). Rotation number profiles at $\Psi/2\pi = 0$ for positive uniform velocity (d), negative uniform velocity (e) and sheared velocity (f).

We present in Figs. 3(d)-3(f) the rotation number profiles according to Figs. 3(a)-3(c), respectively. For comparisons, the rotation number profiles are calculated not only for $\phi_{ML} = 250$ mV, the perturbing wave amplitude value used to obtain the phase space, but also for $\phi_{ML} = 0$, assuming initial conditions at $\Psi/2\pi = 0$.

In Fig. 3(d) we obtain negative values for rotation number due to the changes $\Delta\Psi$ from positive to negative values. Thus, altering the signal of v_{\parallel} we modify the helicity variation. Note in Fig. 3(a) the island around $I = 0.5$, which corresponds to a resonance condition with null global rotation number. The changing of v_{\parallel} signal in Fig. 3(e) leads to the replacement from elliptic point to a hyperbolic one, located around $I = 0.5$. In Fig. 3(f) we indicate the coordinate for which $d\Omega/dI \approx 0$, position correspondent to the shearless curve depicted in red for the mapping of Fig. 3(c). Therefore, the maximum value of the numerically obtained rotation number profile for sheared velocity is observed at $I \approx 0.86$ in Fig. 3(f). With this observation we determine, for an initial condition ($I = 0.86$, $\Psi/2\pi = 0$), the shearless curve in the map of Fig. 3(c), i. e., the location of the barrier is identified by the shearless point of the rotation number profile.

V. PARALLEL VELOCITY EFFECTS WITH NON-MONOTONIC SAFETY FACTOR PROFILE

In addition to the previous section, we investigate the parallel velocity effects over the particle transport when assuming the non-monotonic safety factor profile, showed in Fig. 1(b). For positive uniform velocity profile, we observe in Fig. 4(a) a double resonance, with twin islands located at $I \approx 0.7$ and chaotic particle trajectories for $I > 0.9$. As observed in the previous section, the change to the negative uniform velocity profile shifts the position of elliptic to the hyperbolic points, as seen in Fig. 4(b). In case of sheared parallel velocity profile, we obtain a mapping characterized by both radial regions of Figs. 4(a) and 4(b), for low and high I values; but with an evidence of a saddle-node bifurcation, as seen in Fig. 4(c).

The periodic structures observed in these mappings can be explained by the rotation number profiles Ω , showed in Figs. 4(d), (e), and (f). From these profiles, we observe twin islands caused by a resonance with rational number of Ω . By comparing the position of the shearless line with the twin islands in Figs. 4(a) and (b), we recognize the occurrence of a bifurcation involving the island reconnection [22]. In Fig. 4(c), we observe a resonance that leads to a different topology, not observed in Figs. 4(a) and (b), discussed later on.

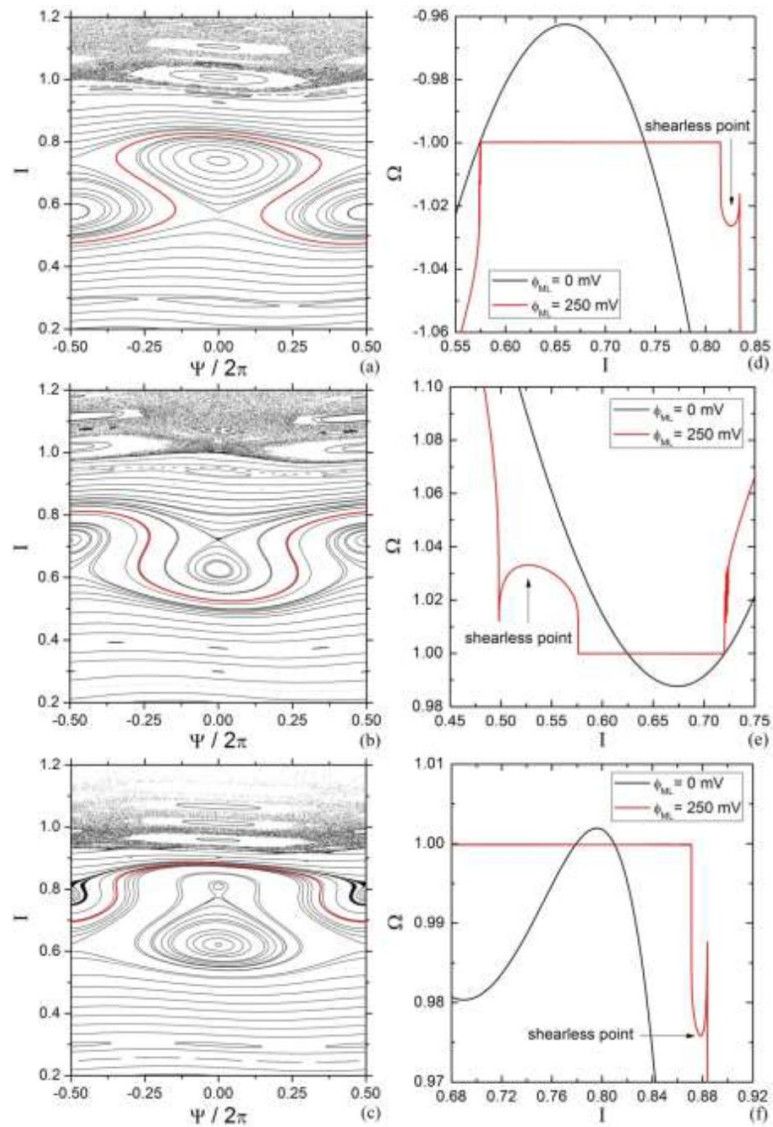


FIG. 4. Poincaré maps for potential mode amplitude $\phi_{ML} = 250$ mV and positive uniform velocity (a), negative uniform velocity (b) and sheared velocity (c) profiles showed in Fig. 2. The shearless curves are depicted in red in (a), (b) and (c). For these maps we used a non-monotonic safety factor profile showed in Fig. 1(b). Rotation number profiles at $\Psi/2\pi = 0$ for positive uniform velocity (d), negative uniform velocity (e) and sheared velocity (f).

The map for sheared velocity and non-monotonic safety factor profile is now further studied to show the influence of mode amplitude on the shearless bifurcations. In Fig. 5, we present mappings and colored shearless invariant curves obtained for sheared velocity using the following mode amplitudes: 1 mV, 20 mV, 65 mV and 100 mV. Figures 5(a)-5(c) have two shearless curves while Fig. 5(d) has only one. Figures 6(b)-6(e) shows the corresponding rotation number profiles with the shearless points indicated by the same color used to represent the shearless curves in Fig. 5. Note that, for comparison, Fig.

6(a) shows the rotation number profile for null mode amplitude with two shearless points due to the non-monotonic equilibrium profile (as expected from $R_1(I)$ expression given by Eq. (5)).

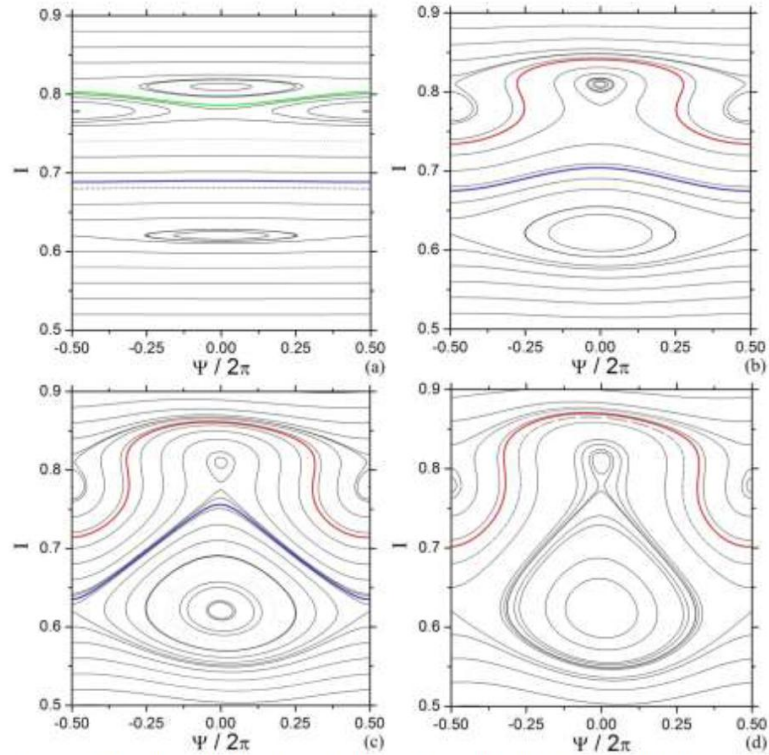


FIG. 5. Poincaré maps for potential mode amplitudes $\phi_{ML} = 1 \text{ mV}$ (a), $\phi_{ML} = 20 \text{ mV}$ (b), $\phi_{ML} = 65 \text{ mV}$ (c) and $\phi_{ML} = 100 \text{ mV}$ (d) for sheared velocity profile showed in Fig. 2. The shearless curves are depicted as the same color of those showed for the sheared points in Fig. 6. For these maps we used a non-monotonic safety factor profile showed in Fig. 1(b).

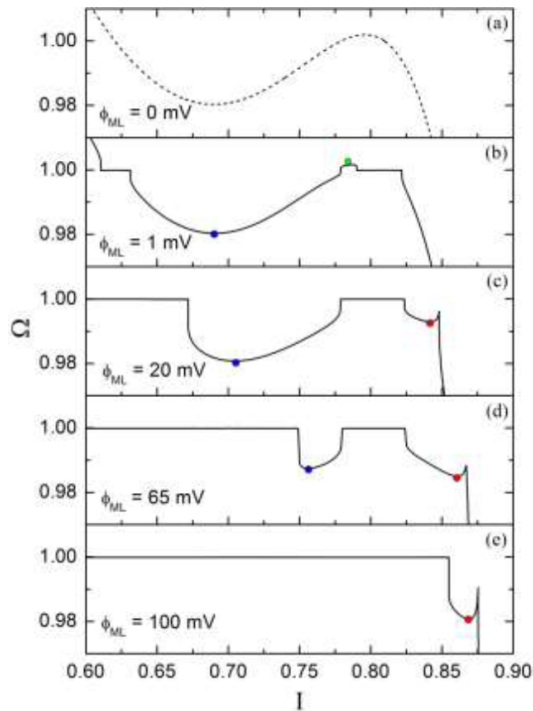


FIG. 6. Rotation number profiles at $\Psi/2\pi = 0$ for the set of maps showed in Fig. 5. The sheared points are depicted using the same colors of those for the shearless curves in Fig. 5.

As the amplitude mode increases the twin islands show a saddle-node bifurcation, in which the two shearless curve positions are displaced from the initial radial positions seen for low amplitudes. Thus, in Fig. 5(a), even for the low amplitude $\phi_{ML} = 1 \text{ mV}$, we observe the twin islands. Increasing the amplitude to $\phi_{ML} = 20 \text{ mV}$, the twin islands about $I \approx 0.8$ go through a reconnection, as showed in Fig. 5(b). The two shearless curves approach each other as the perturbation parameter increases further, as seen in Fig. 5(c) for $\phi_{ML} = 65 \text{ mV}$. The twin islands also approach to the inner island, originating a saddle-node bifurcation, where the elliptic points are aligned and sharing the same periodic structure for $\phi_{ML} = 100 \text{ mV}$, as seen in Fig. 5(d). Furthermore, only one shearless curve survives such bifurcation. The displacement of the shearless curves and the bifurcations, with the increase of potential mode amplitude, are confirmed by the maximum and minimum of rotational number profiles showed in Figs. 6(b)-6(e).

Finally, increasing further the perturbation for $\phi_{ML} = 300 \text{ mV}$, part of the invariant curves are destroyed and the saddle-node bifurcation is surrounded by chaotic trajectories, as shown in Fig. 7(a). Nevertheless, the shearless curve still survives as confirmed by the rotational number profile, obtained for initial conditions with $\Psi/2\pi = -0.5$, shown in Fig. 7(b).

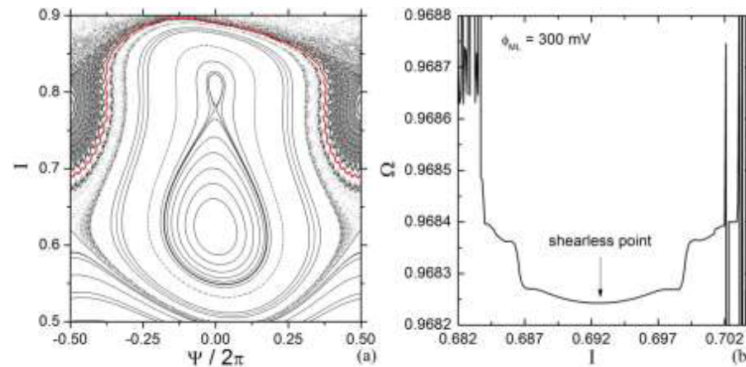


FIG. 7. Poincaré map for potential mode amplitude $\phi_{ML} = 300 \text{ mV}$ using non-monotonic safety factor profile of Fig. 1(b) and sheared velocity of Fig. 2. The shearless curve is depicted in red in (a). Rotation number profile (b) for $\Psi/2\pi = -0.5$ for the same parameters of (a).

Complementary, the drift map has also been obtained to investigate how the particle transport becomes significant with the potential mode amplitude increase. Here, we use a color scale relative to the particle initial position to evaluate how the particle transport changes with the potential amplitude. Thus, Fig. 8 shows examples of the mappings, for four different potential amplitudes, having the same initial radial positions indicated by the color scale. As a consequence of the potential amplitude dependence, the same initial colored points are more spread in the phase space for higher amplitudes, as we recognize in Figs. 8(a)-8(d).

In Fig. 8(a), for a low perturbation, $\phi_{ML} = 1 \text{ mV}$, only a negligible localized transport is noticed. In Fig. 8(b) radial particle displacement is still negligible, but the invariant curves are deformed as the potential mode amplitude is increased to $\phi_{ML} = 65 \text{ mV}$, i. e., the trajectories fill radial positions far away from those observed in Fig. 8(a). On the other hand, the trajectories are chaotically spread at the plasma edge for $\phi_{ML} = 300 \text{ mV}$, as seen in Fig. 8(c). In Fig. 8(d), we observe chaotic trajectories around the saddle-node bifurcation with particle trajectories much displaced from initial positions. These results show long radial particle displacements for several initial conditions, moving to long distance radial positions for which the velocity changes due to the considered velocity radial profile (see Fig. 2). Therefore, these maps allow understanding how the chaos and radial particle displacement develop as the amplitude mode increases at the plasma edge.

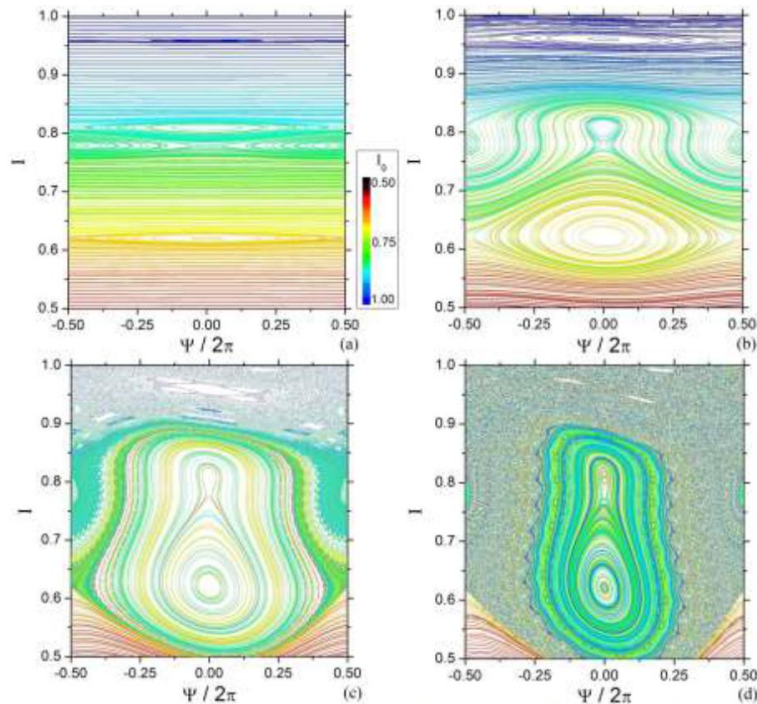


FIG. 8. Symplectic maps for sheared velocity profile of Fig. 2 and potential mode amplitudes $\phi_{ML} = 1$ mV (a), $\phi_{ML} = 65$ mV (b), $\phi_{ML} = 300$ mV (c) and $\phi_{ML} = 500$ mV (d). The color scale in these maps indicates the initial radial particle positions showed in (a).

VI. CONCLUSIONS

A symplectic drift map was used to describe the particle drift driven by electrostatic wave fluctuations in a velocity shear layer at the tokamak plasma edge considering a large aspect ratio approximation with $E \times B$ flow. We showed that the particle transport at the tokamak plasma edge is much affected by the parallel particle toroidal velocity profile.

With this procedure, we obtained test particle trajectories for chosen safety factor, electric field, and velocity profiles. At the plasma edge the trajectories are mainly determined by the safety factor and velocity profiles and are identified as regular or chaotic. The chaotic trajectories, associated with the chaotic transport, changed with the velocity profile. For both monotonic and non monotonic magnetic configurations, we observed robust shearless barriers, provided by the gradient velocity layer, separating trajectories in the phase space. We also observe how resonance and shearless curve bifurcations affect the particle transport.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors thank the financial support from São Paulo Research Foundation (FAPESP, Brazil) under grants No 2013/0340-6, 2015/16471-8 and 2011/19296-1, CNPq (Brazil) and CAPES (Brazil) and would like to thank Caroline Gameiro Lopes Martins for helpful discussions.

REFERENCES

- [1] W. Horton, *Rev. Mod. Phys.* 71, 735 (1999).
- [2] P. W. Terry, *Rev. Mod. Phys.* 72, 109 (2000).
- [3] C. P. Ritz, R. D. Bengtson, S. J. Levinson and E. J. Powers, *Phys. Fluids* 27, 2956 (1984).
- [4] C. P. Ritz, H. Lin, T. L. Rhodes and J. A. Wootton, *Phys. Rev. Lett.* 65, 2543 (1990).
- [5] K. H. Burrell, *Phys. Plasmas* 4, 1499 (1997).
- [6] W. Horton, *Turbulent transport in magnetized plasmas* (World Scientific Publishing Company, Singapore, 2012).
- [7] G. V. Oost, J. Adámek, V. Antoni, P. Balan, J. A. Boedo, P. Devynck, I. Đuran, L. Eliseev, J. P. Gunn, M. Hron, C. Ionita, S. Jachmich, G. S. Kirnev, E. Martinez, A. Melnikov, R. Schrittwieser, C. Silva, J. Stöckel, M. Tendler, C. Varandas, M. V. Schoor, V. Vershkov, and R. R. Weynants, *Plasma Phys. Contr. Fusion* 45, 621 (2003).
- [8] C. Hidalgo, M. A. Pedrosa and B. Gonçalves, *New J. Phys.* 4, 51 (2002).
- [9] G. F. Matthews, *Plasma Phys. Contr. Fusion* 36, 10 (1994).
- [10] H. -B. Park, E. -G. Heo, W. Horton, and D. -I. Choi, *Phys. Plasmas* 4, 3273 (1997).
- [11] W. Horton, H. -B. Park, J. -M. Kwon, D. Strozzi, P. J. Morrison, and D. -I. Choi, *Phys. Plasmas* 5, 3910 (1998).
- [12] F. A. Marcus, I. L. Caldas, Z. O. Guimarães-Filho, P. J. Morrison, W. Horton, Y. K. Kuznetsov, and I. C. Nascimento, *Phys. Plasmas* 15, 112304 (2008).
- [13] K. C. Rosalem, M. Roberto, I. L. Caldas, *Nucl. Fusion* 54, 064001 (2014).
- [14] S. S. Abdullaev, A. Wingen and K. H. Spatschek, *Phys. Plasmas* 13, 042509 (2006).
- [15] P. J. Catto, M. N. Rosenbluth and C. S. Liu, *Phys. Fluids* 16, 1719 (1973).
- [16] D. R. McCarthy, J. F. Drake and P. N. Guzdar, *Phys. Fluids B* 5, 2145 (1993).
- [17] W. Horton, *Plasma Phys. Contr. Fusion* 27, 937 (1985).
- [18] J. -M. Kwon, W. Horton, P. Zhu, P. J. Morrison, H. -B. Park, and D. -I. Choi, *Phys. Plasmas* 7, 1169 (2000).
- [19] J. H. F. Severo, I. C. Nascimento, V. S. Tsypin, and R. M. O. Galvão, *Nucl. Fusion* 43, 1047 (2003).
- [20] C. G. L. Martins, E. R. de Carvalho, I. L. Caldas and M. Roberto, *J. Phys. A: Math. Theor.* 44, 045102 (2011).
- [21] I. L. Caldas, R. L. Viana, C. V. Abud, J. C. D. Fonseca, Z. O. Guimarães-Filho, T. Kroetz, F. A. Marcus, A. B. Schelin, J. D. Szezech Jr., D. L. Toufen, S. Benkadda, S. R. Lopes, P. J. Morrison, M. Roberto, K. Gentle, Y. Kuznetsov and I. C. Nascimento, *Plasma Phys. Control. Fusion* 54, 124035 (2012).
- [22] D. del-Castillo-Negrete, J. M. Greene, P. J. Morrison, *Physica D* 91, 1 (1996).

D.4 – Dynamical effects in confined plasma turbulence

Braz J Phys (2014) 44:903–913
DOI 10.1007/s13538-014-0259-x



GENERAL AND APPLIED PHYSICS

Dynamical Effects in Confined Plasma Turbulence

I. L. Caldas · R. L. Viana · Z. O. Guimarães-Filho · A. M. Batista ·
S. R. Lopes · F. A. Marcus · M. Roberto · K. C. Rosalem ·
J. D. Szezech Jr. · D. Toufen · K. W. Gentle ·
I. C. Nascimento · Y. K. Kuznetsov

Received: 30 April 2014 / Published online: 5 September 2014
© Sociedade Brasileira de Física 2014

Abstract Plasma turbulence at the edge of tokamaks is an issue of major importance in the study of the anomalous transport of particles and energy. Although the behavior of a turbulent plasma seems intractable, it turns out that many of its aspects can be described by low-dimensional non-integrable dynamical models. In this paper, we consider a number of dynamical effects occurring in tokamak plasma edge—in particular the role of internal transport barriers. Furthermore, we present experimental results on turbulent-driven transport for two machines—the Brazilian TCABR tokamak and University of Texas’ Helimak—that can be explained by those theoretical models.

Keywords Plasma turbulence · Non-twist systems · Wave mode coupling · Tokamaks

1 Introduction

One of the key theoretical problems in the physics of magnetically confined fusion plasmas is the causes and associated rates of anomalous cross-field transport [1, 2]. There exists a widespread consensus that turbulence plays a major role on the mechanisms leading to anomalous transport [3–5]. Turbulent processes display a broad fluctuation spectra with maxima corresponding to small wave vectors and high frequencies [6, 7]. A candidate for explaining the observed anomalous transport rates in tokamaks is drift wave turbulence, thanks to the presence of steep density gradients in the plasma edge [8].

One of the characteristic features of a turbulent plasma is the presence of a very large number of degrees of freedom. However, we assume that, at least in some types of turbulence, it is possible to capture the essential features of turbulent system using low-dimensional dynamical systems. This approach was introduced in the seminal paper from Ruelle and Takens [10] and has led to a deeper understanding of the dynamical mechanisms underlying the onset of turbulence. If the system is sufficiently dissipative, its dynamics is governed by a low-dimensional chaotic attractor embedded in a phase space with a large number of dimensions. The dynamics in this attractor can thus be described by simpler systems; the Lorenz equations being one of the well-known examples of how this dimensional reduction procedure can provide useful information about the turbulence of a fluid system [11].

In this paper, we report basic ideas that we have applied to identify low-dimensional dynamical effects in turbulence,

Dedicated to Professor Wendell Horton for his outstanding contributions to the nonlinear dynamics approach to plasma turbulence.

I. L. Caldas · Z. O. Guimarães-Filho · F. A. Marcus ·
I. C. Nascimento · Y. K. Kuznetsov
University of São Paulo, São Paulo, São Paulo, Brazil

R. L. Viana (✉) · S. R. Lopes
Federal University of Paraná, Curitiba, Paraná, Brazil
e-mail: viana@fisica.ufpr.br

A. M. Batista · J. D. Szezech Jr.
State University of Ponta Grossa, Ponta Grossa, Paraná, Brazil

M. Roberto · K. C. Rosalem
Aeronautical Technological Institute, São José dos Campos,
São Paulo, Brazil

D. Toufen
Federal Institute of São Paulo, Guarulhos, São Paulo, Brazil

K. W. Gentle
The University of Texas at Austin, Austin, USA

particularly related to drift waves and particle transport at plasma edge [8, 9]. Furthermore, we describe how these dynamical effects have been applied for the plasma turbulence observed in TCABR Tokamak (University of São Paulo, Brazil) and Texas Helimak (University of Texas at Austin) to understand the reduction of turbulence-induced transport by the formation of internal transport barriers. All these described evidences of non-linear effects in plasma physics have been obtained by applying models and procedures introduced by Horton [2]. We have already described these evidences separately in previous publications; however, the present article puts them in a common perspective and illustrates some Hortons contributions to the plasma turbulence theory.

The rest of the paper is organized as follows: In Section 2, we consider a simplified model for drift-wave turbulence involving non-linear wave coupling in which we emphasize both the onset of turbulence as well as the energy transfer processes. We also consider the control of chaotic behavior through the addition of a fourth resonant wave. Section 3 considers the formation of internal transport barriers and their dependence on non-monotonic profiles, as in reversed shear plasma flows. We first consider a simplified dynamical model, the standard non-twist map, which exhibits the formation of a shearless curve which acts as an internal transport barrier.

A physical model for the $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ drift motion of particles in a magnetized plasma also presents the formation of such a barrier due to a non-monotonic electric field radial profile. We then consider experimental evidences of the internal transport barrier formation in the TCABR tokamak and Helimak. Finally, we consider a theoretical model for the influence of magnetic shear on the internal transport barriers. The last section is devoted to our conclusions.

2 Non-linear Wave Coupling

2.1 Prediction of Three-Wave Coupling

Hasegawa and Mima obtained in 1977 a non-linear partial differential equation which describes the propagation of drift waves in magnetized plasmas and the emergence of stationary, non-uniform turbulence [12]:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 \phi - \phi) - [(\nabla \phi \times \hat{\mathbf{z}}) \cdot \nabla] \left[\nabla^2 \phi - \ln \left(\frac{n_0}{\omega_{ci}} \right) \right] = 0, \tag{1}$$

where $\phi(\mathbf{x}, t)$ is the electrostatic potential of a wave with frequency ω propagating through an inhomogeneous plasma where there is a uniform magnetic field $\mathbf{B} = B_0 \hat{\mathbf{e}}_z$. The wave frequency must be less than the ion cyclotron frequency

$\omega_{ci} = eB_0/m_i$, where e and m_i are, respectively, the charge and mass of the ions, and n_0 is the background plasma density. The operator ∇ in Eq. (1) denotes the gradient in the directions transverse to the magnetic field.

Although neglecting effects expected in plasma edge tokamaks, as those due to the toroidal curvature or the dynamics along the field line, the Hasegawa-Mima equation is still considered a good model to investigate the relevance of the non-linear mode coupling considered in our work.

A linear wave exists in this situation if the phase velocity along the magnetic field is such that $v_{T_i} < (\omega/k_z) < v_{T_e}$, where v_{T_s} is the thermal velocity for ions ($s = i$) and electrons ($s = e$). For long wavelengths, this is a drift wave in which the dispersion relation is $\omega = \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_d$, where \mathbf{v}_d is the diamagnetic drift velocity. Moreover, drift waves possess a characteristic dispersion scale length $\rho_s = \sqrt{T_e/m_i}/\omega_{ci}$ [9].

We seek solutions for the Hasegawa-Mima (1) by Fourier-expanding the electrostatic potential

$$\phi(x, t) = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} [\phi_{\mathbf{k}}(t) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) + c.c.], \tag{2}$$

where the $\phi_{\mathbf{k}}(t)$ are the electrostatic modes in Fourier space. The substitution of (2) into (1) yields an infinite system of coupled differential equations for the Fourier modes [9, 13]. In fact, however, it suffices to analyze a few modes when the turbulence is not yet fully developed [14, 15].

Accordingly, we consider a three-wave truncation of (2), whose wave vectors satisfy the triplet condition $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 = \mathbf{0}$. Moreover, we introduce phenomenological dissipative terms γ_i that describe mode growth or decay, yielding the system

$$\frac{d\phi_1}{dt} + i\omega_1\phi_1 = \Lambda_{2,3}^1 \phi_2^* \phi_3^* + \gamma_1 \phi_1, \tag{3}$$

$$\frac{d\phi_2}{dt} + i\omega_2\phi_2 = \Lambda_{3,1}^2 \phi_3^* \phi_1^* + \gamma_2 \phi_2, \tag{4}$$

$$\frac{d\phi_3}{dt} + i\omega_3\phi_3 = \Lambda_{1,2}^3 \phi_1^* \phi_2^* + \gamma_3 \phi_3, \tag{5}$$

where we denoted $\phi_j(t) = \phi_{\mathbf{k}_j}(t)$ and $\omega_j = \omega_{\mathbf{k}_j}$ and the coupling coefficients are given by [16]

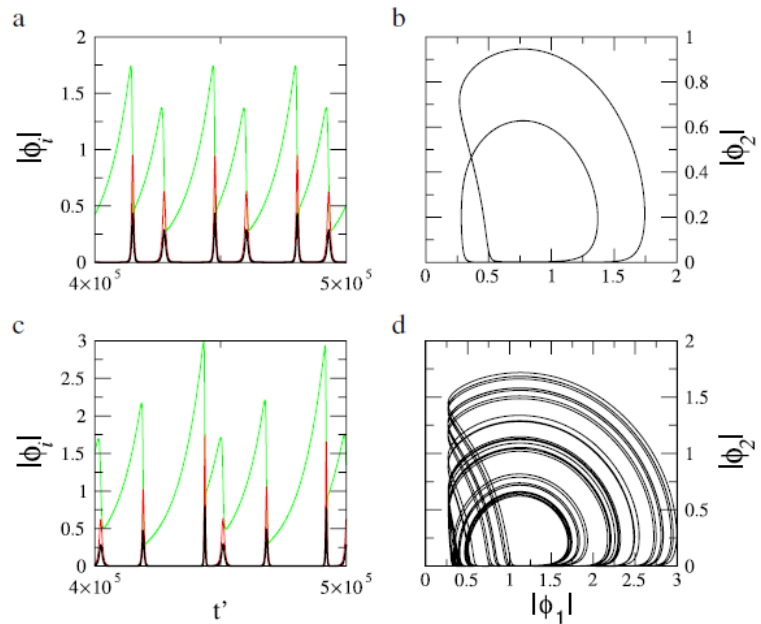
$$\Lambda_{2,3}^1 = \frac{(k_3^2 - k_2^2)}{2(1 + k_1^2)} (\mathbf{k}_2 \times \mathbf{k}_3) \cdot \hat{\mathbf{z}} \tag{6}$$

$$\Lambda_{3,1}^2 = \frac{(k_1^2 - k_3^2)}{2(1 + k_2^2)} (\mathbf{k}_3 \times \mathbf{k}_1) \cdot \hat{\mathbf{z}} \tag{7}$$

$$\Lambda_{1,2}^3 = \frac{(k_2^2 - k_1^2)}{2(1 + k_3^2)} (\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2) \cdot \hat{\mathbf{z}} \tag{8}$$

In the following, we adopt parameters from the TCABR tokamak of University of São Paulo: major radius $R = 61$ cm, minor radius $a = 18$ cm, maximum plasma

Fig. 1 Time series of the wave amplitudes $|\phi_i|$ [$i = 1$ (green), $i = 2$ (red), and $i = 3$ (black)] for γ_2 equal to a -0.002 and c -0.003 . b and d are the phase space projections corresponding to a and c, respectively

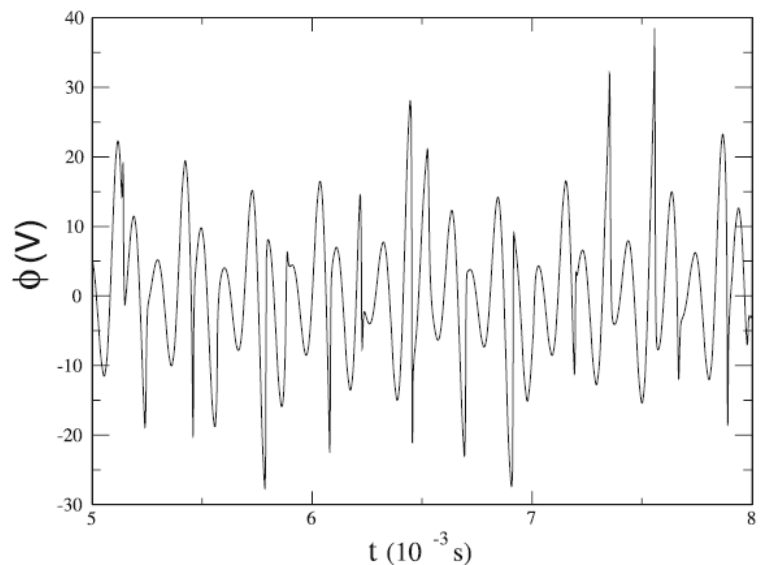


current 100 kA, plasma duration 100 ms, hydrogen filling pressure 3×10^4 Pa, and toroidal magnetic field $B_0 = 1.1$ T. At the plasma edge, the electron plasma density is $n_e = 3 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$ and the electron temperature is $T_e = 10$ eV. The ratio between the density gradient and the density in this region has been estimated as 1 cm^{-1} . Fluctuations of the floating potential at plasma edge have a poloidal wave number k_θ in the range of $1 - 5 \times 10^3 \text{ m}^{-1}$, with broad spectral content pronounced in the $1 - 100 \text{ kHz}$ range. We thus have chosen the mode frequencies as $\omega_1 =$

$\omega_2 = \omega_3 = 50 \text{ kHz}$. As for the wave numbers, we choose $k_{x1} = 4.5 \text{ cm}^{-1}$, $k_{y1} = 6.5 \text{ cm}^{-1}$ and the others are expressed in terms of them as follows: $k_{x2} = 0.1k_{x1}$, $k_{x3} = -1.1k_{x1}$, $k_{y2} = 2.0k_{y1}$, and $k_{y3} = -3.0k_{y1}$.

The numerical values of the growth/decay rates have been adjusted to get wave mode amplitudes in the range observed in experiments of plasma edge fluctuations, namely $-50\text{V} - +50\text{V}$, namely $\gamma_1 = 0.0001$, $\gamma_2 = \gamma_3 \in [-0.0015, -0.003]$, the latter being our control parameter. With this set of parameters, the three-wave equations are

Fig. 2 Time series of the potential in the real domain for the same parameters as those of Fig. 1c, d



numerically integrated. Figure 1a displays the time series of the wave amplitudes $|\phi_i|$ for $\gamma_2 = -0.002$, showing a period-2 orbit in the corresponding phase space projection (Fig. 1b). This attractor becomes chaotic at $\gamma_2 = -0.003$ (Fig. 1c, d).

On fixing the point $x = y = 0$, we obtain the time series corresponding to the “real” electrostatic signal given by the sum of the three Fourier modes for the chaotic case, resulting in Fig. 2. The dependence of the wave dynamics on the control parameter γ_2 is illustrated by the bifurcation diagram shown in Fig. 3a, where we depict the asymptotic values of the discrete variable $z_n := \max |\phi_1|$. The corresponding maximum Lyapunov exponent is represented in Fig. 3b. Chaotic behavior occurs for $\gamma_2 \lesssim -0.0023$ interspersed with windows of periodic behavior.

2.2 Resonant Control of Oscillations

One of the key points of the present analysis is that chaotic behavior in the drift-wave dynamics is directly related to the appearance of turbulent fluxes and anomalous transport in the tokamak plasma edge. Hence, once we have a low-dimensional model of this situation, as explained in the previous subsection, a relevant question is how to control these chaotic oscillations so as to reduce or utterly eliminate turbulence in this region.

One possible control strategy is the addition of a resonant fourth mode with small amplitude. In this case, a resonant four-wave coupling involves the interaction of two-wave

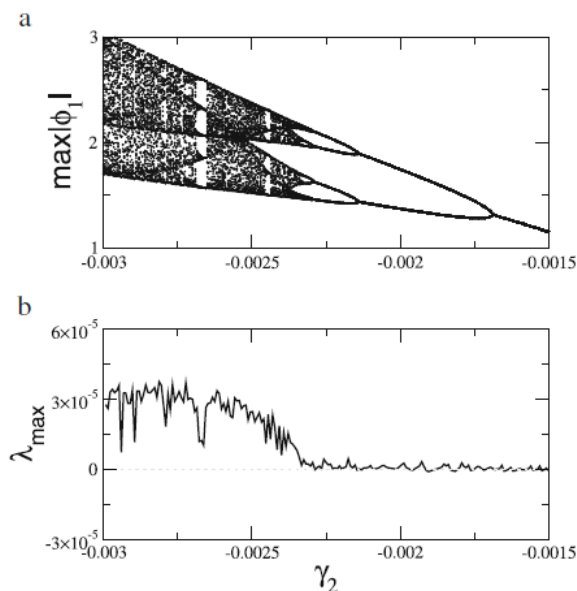


Fig. 3 a Bifurcation diagram for the discrete variable $\max |\phi_1|$ for $\gamma_1 = 0.0001$ and varying γ_2 . b Maximum Lyapunov exponent

triplets. The presence of the second triplet having two waves in common with the first can increase or stabilize the instability of the first triplet [17, 18]. Accordingly, we introduce a fourth wave ϕ_4 , which adds a second wave triplet obeying the resonant conditions: $\mathbf{k}_4 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$ and $\omega_4 \approx \omega_1 + \omega_2$. The amplitude of the control wave is kept small so that $|\phi_4| \equiv \epsilon \ll |\phi_{1,2,3}|$ and constant so that $d\epsilon/dt = 0$. Inserting the control wave in the three-wave system amounts to add a term $|\epsilon|\phi_2^*$ to (3) and a term $|\epsilon|\phi_1^*$ to (4) [19].

The addition of a fourth resonant wave, with an amplitude as small as $\epsilon = 10^{-10}$, is already enough to steer the phase-space trajectory to a period-8 orbit. Other orbits with periods equal to 4 and 2 can be obtained using different values of ϵ . The dependence of the dynamics on ϵ is illustrated by the bifurcation diagram depicted in Fig. 4 in which we plot the asymptotic values of $\max |\phi_2|$ versus the strength of the resonant perturbation ϵ , the remaining parameters being held constant. On increasing the values of ϵ , we have a less complex dynamics, starting from a one-band chaotic attractor followed by various windows of periodic behavior, two-band chaotic attractors, towards low-period orbits.

3 Particle Transport Barriers

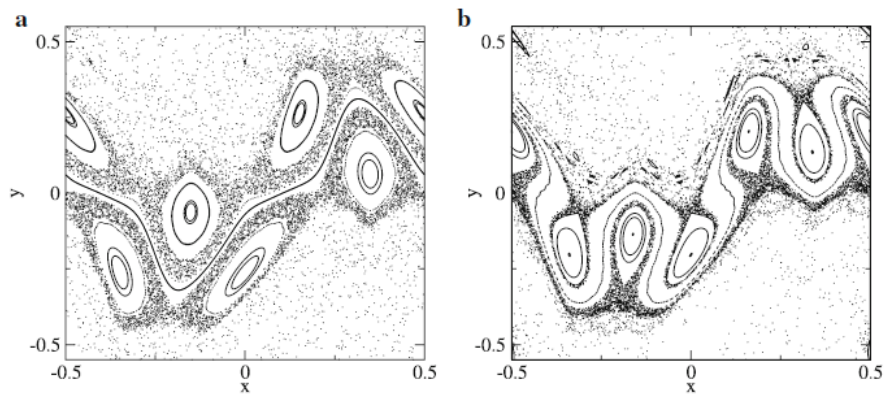
Internal transport barriers have been observed in many systems of interest for plasma physics. One of them is radial particle transport in toroidal plasma devices with reversed magnetic shear [20] and the $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ -drift motion of charged particles in a magnetized plasma under the action of a time-periodic electric field from an electrostatic wave [21, 22]. In both cases, the internal transport barriers cause an overall reduction of radial particle and energy transfer, which has direct consequences on the duration and quality of plasma confinement.

Here, we describe internal transport barriers created by applying a perturbing electric field in the tokamak edge region comprising the plasma edge and the scrape-off layer, where the plasma exhibits high level of electrostatic turbulence-induced particle transport [36]. Besides that, we also show how such transport barriers can be created in the perturbed helimak discharges.

3.1 Shearless Transport Barriers in Non-twist Maps

In order to study the mechanisms whereby particle transport barriers occur in tokamak plasmas, we first consider simple models for magnetic field line behavior. It turns out that these internal barriers exist in plasmas with non-monotonic equilibrium zonal flows, giving rise to orbit topologies that can only exist with reversed shear [21], i.e., with a non-monotonic rotation number profile. The barriers appear in the shearless region of non-twist Hamiltonian systems and display their own typical characteristics with a proper route

Fig. 5 Phase portraits of the standard non-twist map Eqs. (9)–(10) for $b = 0.4$ and $a = 0.70$; **b** $a = 0.69$



by radial density gradients [9]. As a matter of fact, experiments suggest that particle transport in the tokamak plasma edge is chiefly caused by $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ particle drifts [8].

Hence, a simple but physically sound model consists on the particle dynamics in a toroidal equilibrium magnetic field $\mathbf{B} = B_0 \hat{e}_z$ subjected to electrostatic drift waves propagating along the poloidal direction \hat{e}_y . The radial direction points to \hat{e}_x . The drift velocity of the guiding centers is $\mathbf{v} = \mathbf{E} \times \mathbf{B}/B^2$, where $\mathbf{E} = -\nabla\phi(x, y, t)$ and [27]

$$\phi(x, y, t) = \phi_0(x) + \sum_{i=1}^N A_i \sin(k_{x_i} x) \cos(k_{y_i} y - \omega_i t), \quad (11)$$

representing a background static potential plus the superposition of N drift waves with amplitudes A_i , wave numbers k_i , and frequencies ω_i . Assuming that particles are passively advected by the $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ drift velocity, we can write their equations of motion in a canonical form

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial y}, \quad \frac{dy}{dt} = \frac{\partial H}{\partial x}, \quad (12)$$

where $H(x, y, t) = \phi/B_0$ is the Hamiltonian function. The case of only one drift wave ($N = 1$) turns out to be inte-

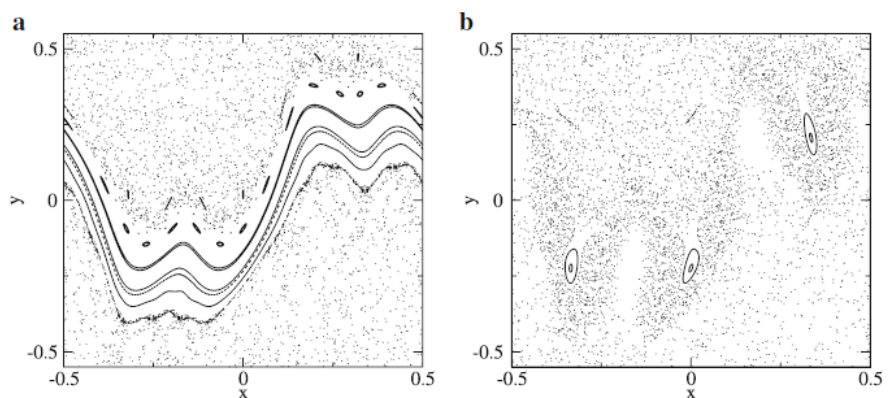
grable, with Hamiltonian (in a reference frame moving with the phase velocity of the wave $u_1 = \omega_1/k_{y_1}$):

$$H(x, y) = \frac{\phi_0(x)}{B_0} - u_1 x + \frac{A_1}{B_0} \sin(k_{x_1} x) \cos(k_{y_1} y). \quad (13)$$

The static contribution for the poloidal flow drift velocity is $v_E(x) = (1/B_0)(d\phi_0/dx)$, such that $\dot{y} \sim v_E - u_1 = U$, where U is called trapping parameter. It vanishes when there is a resonance between the phase velocity of the wave and the static drift velocity. The dynamical (12) were integrated numerically. There results a tiling of the phase space in islands representing particles trapped in the wave field (Fig. 7a).

If the trapping parameter is non-zero but uniform, there exist both periodic islands and invariant curves in the phase space (Fig. 7b). Now, we consider the existence of a non-monotonic electric field radial profile, as the field produced by a bias electrode inserted radially into the plasma column. As we shall see in the following subsections, this procedure has been able to reduce particle transport in the tokamak plasma edge. We will show that, already in this simple model, this reduction comes from the formation of

Fig. 6 Phase portraits of the standard non-twist map Eqs. (9)–(10) for $b = 0.5$ and $a = 0.68$; **b** $a = 0.70$



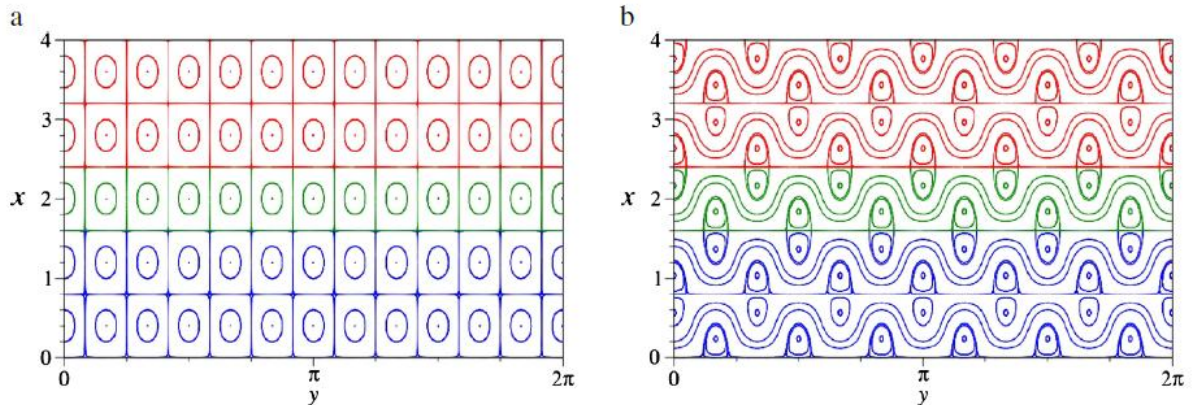


Fig. 7 Phase portrait of the dynamical system obtained from the integrable one-wave Hamiltonian (13) with a $U = 0$ and b $U = 0.6$

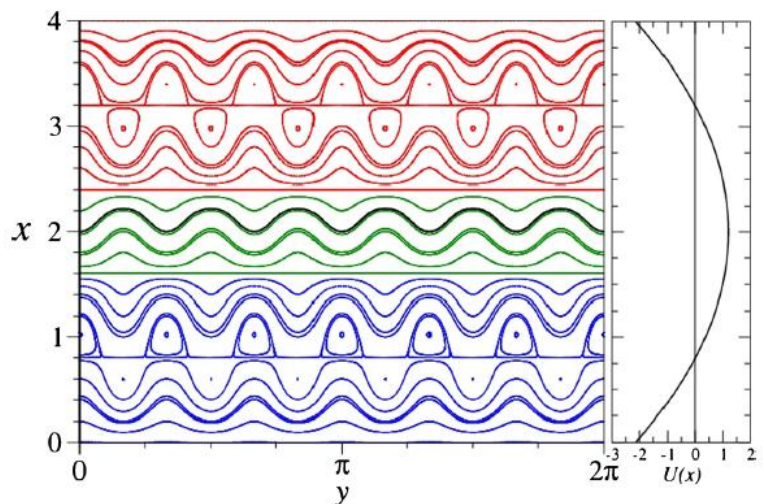
an internal transport barrier. The radial profile we choose for the trapping parameter is [28]

$$U(x) = \frac{1}{Ak_x} [a_2x^2 + a_1x + (a_0 - u)], \tag{14}$$

where $a_2 = -0.84$, $a_1 = 3.34$, $a_0 - u = -2.1334$, $A = 0.16$, and $k_x = 3.9267$.

In this case, the trapping parameter is no longer uniform but rather presents a non-monotonic radial profile (see the right panel in Fig. 8): it has a global maximum inside the plasma column, where a shearless curve is produced. Just like in the standard non-twist map, the shearless curve is an internal transport barrier. Since the one-wave Hamiltonian represents an integrable system, there are no chaotic (area-filling) orbits in this case. However, if we consider the presence of two or more drift waves, there will appear chaotic regions on both sides of the shearless curve.

Fig. 8 Phase portrait of the dynamical system obtained from the integrable one-wave Hamiltonian (13) with a non-monotonic radial profile for the trapping parameter



3.3 Transport Barriers in TCABR Tokamak

Transport barriers were experimentally observed in plasma discharges of the TCABR machine (Tokamak Chauffage Alfvén Brésilien), which operates in the Institute of Physics of the University of São Paulo [29]. In this subsection, we will show recent results showing the reduction of radial particle transport driven by turbulent flux in the plasma edge region. A non-monotonic electric field profile is created by introducing a biased electrode in the tokamak [30]. We interpret the experimental results by the creation of internal transport barriers due to the non-monotonic radial electric field, according to the theoretical framework described in the previous subsection.

Figure 9 shows the time evolution of the spectral contribution of the radial transport driven by turbulent flux in the scrape-off layer of TCABR tokamak. In Fig. 9a, b, we consider the application of an external bias potential of +100 V

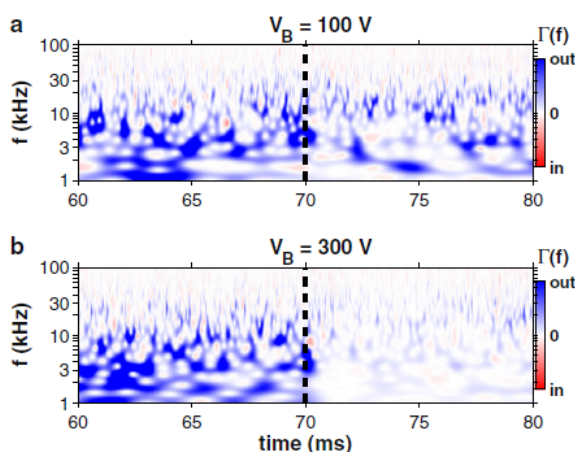


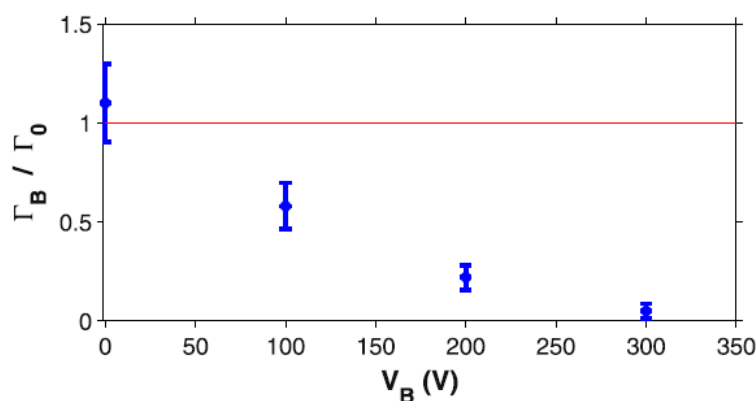
Fig. 9 Spectral contribution of the radial transport driven by turbulent flux (in color scale) in the SOL of TCABR for bias voltages of a 100 V and b 300 V

and +300 V, respectively, at the time instant indicated by a dashed line in the middle of both figures. Before the application of the bias potential, the radial transport is concentrated at low frequencies (in the frequency range of 1 – 10 kHz). We also see that the spectral contribution of turbulent transport is considerably reduced after the application of low bias (Fig. 9a) and practically disappears for high bias (Fig. 9b) [31–33].

The reduction of turbulent transport due to bias can be also appreciated by computing the time-averaged turbulent flux before (Γ_0) and after (Γ_B) the application of an external bias. Figure 10 shows the ratio Γ_B / Γ_0 as a function of the bias potential. If no bias is applied at all, this ratio is (within the considered uncertainty) equal to the unity, as expected. As the bias voltage is increased up to +300 V, the turbulent flux decreases and practically disappears.

This scenario is explained by the formation of a transport barrier due to a non-monotonic radial electric field profile,

Fig. 10 Ratio between the time-averaged turbulent fluxes with and without external bias as a function of the bias voltage for TCABR discharges



as explained in the previous subsection. If no bias is applied, this transport barrier is located outside the plasma column (in the scrape-off layer) and hardly affects particle transport in the plasma. As a bias voltage is applied, though, this transport barrier migrates into the plasma and reduces dramatically turbulent fluxes in this region, as suggested by experimental data [31–33].

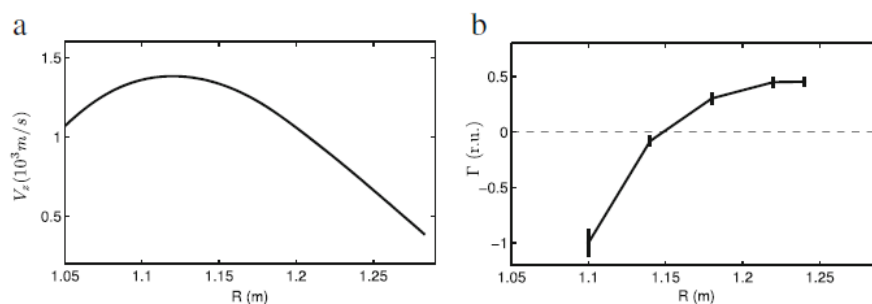
3.4 Transport Barriers in Texas Helimak

Another machine in which we have investigated experimentally the formation of internal transport barriers is the Texas Helimak, which is a toroidal device with a plasma colder and less dense than a tokamak plasma, in such a way that a Helimak reproduces the conditions prevailing in the scrape-off layer of a tokamak [34, 35]. In particular, the Helimak is suitable for experimental studies of plasma edge turbulence and transport of interest in advanced tokamak scenarios.

In the Texas Helimak, there is a basic toroidal magnetic field (0.1 T) and a small vertical field, whose combination leads to helical magnetic field lines, most of them starting and terminating into sets of collector plates located at the top and bottom parts of the vessel. Its dimensions are 1.6 m (external radius), 0.6 m (internal radius), and 2.0 m (height). Thanks to the low density of the plasma, there are many Langmuir probes mounted at the collector plates, enabling us to measure radial profiles of the ion saturation current and mean floating potential [36].

The collector plates can also be used to introduce a bias electric field, just as we have considered before for the TCABR machine. Combined with the toroidal magnetic field, there is a $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ drift along the vertical direction, whose (non-monotonic) radial profile is depicted in Fig. 11a, presenting a maximum at 1.13 m wherein a shearless barrier appears, such that there is a sheared flow around this position.

Fig. 11 **a** Radial profile of the vertical plasma velocity measured through a Doppler shift spectrometer for bias +10 V. **b** Radial profile of the turbulence induced radial particle transport for bias +10 V



We considered the density and drift velocity fluctuations to calculate the particle transport induced by the electrostatic turbulence. Within this procedure, the time-averaged transport flux is given by $\Gamma = \langle \tilde{n} \cdot \tilde{V}_E \rangle$, where \tilde{n} and \tilde{V}_E are, respectively, the density and the $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ electric drift velocity fluctuations [37]. In Fig. 11b, we show a radial profile of the transport flux, showing that at the vicinity of the shearless barrier, the transport flux is nearly 0, i.e., a strong reduction of transport due to the internal barrier.

3.5 Influence of Magnetic Shear on the Transport Barriers

In this subsection, we will consider the drift-kinetic model to investigate the role of the electric and magnetic shears in the particle transport driven by drift wave electrostatic fluctuations in the plasma edge. In this case, the guiding center motion $\mathbf{x}(t)$ is described by the equation [22]

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = v_{\parallel} \frac{\mathbf{B}}{B} + \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2}, \quad (15)$$

where we have used local (pseudo-toroidal) coordinates $\mathbf{r} : (r, \theta, \varphi)$, v_{\parallel} is the guiding center velocity parallel to \mathbf{B} , which is the equilibrium magnetic field, and $\mathbf{E} = -\nabla\phi$, where $\phi = \phi_0 + \tilde{\phi}$, with a background electric potential ϕ_0 (with a given radial profile) and the fluctuating potential is given by

$$\tilde{\phi}(\mathbf{x}, t) = \sum_{m,\ell,n} \phi_{m\ell n} \cos(m\theta - \ell\varphi - n\omega_0 t - \psi_0), \quad (16)$$

where $\phi_{m\ell n}$ are the mode amplitudes, ω_0 is the lowest angular frequency with substantial amplitude in the drift wave spectrum, and ψ_0 is a random phase. For a single spatial M/L mode, we have considered a drift wave spectrum given by a maximum amplitude, namely ϕ_{MLn} , at the plasma edge resonance and a minimum amplitude inside the plasma core.

For convenience, we also consider action and angle variables for the equations of guiding center motion as $I = (r/a)^2$ and $\psi = M\theta - L\varphi$ respectively, where a is the plasma radius and (M, L) are the poloidal and toroidal mode numbers of the dominant modes. Note here that ψ

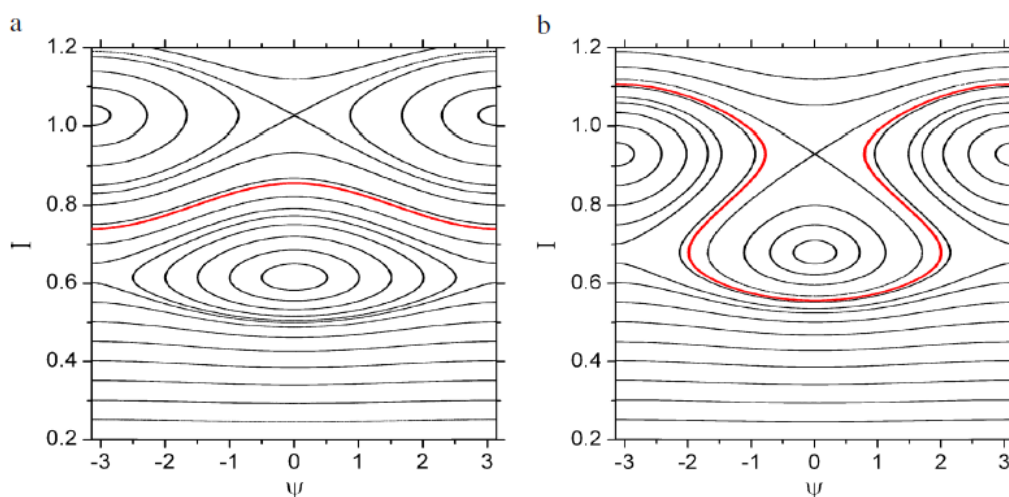


Fig. 12 Phase portraits for the system described by Eqs. (17)–(18) for a non-monotonic background electric field profile and safety factor profiles with **a** $q(a) = 6$ and **b** $q(a) = 4$ at the plasma edge. The shearless curves are depicted in red

plays the role of a helical angle for these modes (coherent oscillations). Taking these assumptions into (15), it is written in a canonical form:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{2M}{Ba^2} \sum_{M,L,n}^N \phi_{MLn} \sin(\psi - n\omega_0 t - \psi_0), \quad (17)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{v_{\parallel}}{Rq(I)} [M - q(I)L] - \frac{ME_r}{Ba\sqrt{I}}, \quad (18)$$

where R is the Tokamak major radius and $q(I)$ is the safety factor profile in local coordinates. We also used a non-monotonic radial profile for the background electric field due to drift waves $E_r = -\partial\phi_0/\partial r$.

The above set of equations were numerically integrated for a dominant mode with $M/L = 4/16$, $n = 3$, and an amplitude $\phi_{4,16,3} = 4eV$ for an equilibrium with safety factor at the plasma edge $q(a)$ equal to 6 (Fig. 12a) and 4 (Fig. 12b). The non-monotonic profile we adopted for $E(r)$ is such that there are two twin islands for $n = 3$ separated by a shearless curve. As the value of $q(a)$ is decreased, though, there are reconnection processes and there results an internal transport barriers. Hence, the latter is modified by the magnetic shear and persist under variations of $q(a)$.

4 Conclusions

The unifying element in this paper is the possibility of describing plasma edge turbulence in terms of low-dimensional dynamical systems that enables us to explain (at least qualitatively) results of experiments on transport performed in two machines: the Brazilian TCABR tokamak and the Texas Helimak. We have also obtained, with the help of these low-dimensional models, a number of theoretical results concerning the onset and evolution of wave turbulence at the plasma edge of both TCABR and Helimak. This low-dimensional description is based in a drift wave three-mode coupling, such that turbulent behavior stems from a modulational instability. The transition between laminar and chaotic behavior can be controlled by an external resonant wave.

The observed turbulent-driven transport in plasma edge can be explained by the formation of internal transport barriers in this region. Such barriers come ultimately from the existence of non-monotonic profiles for both electric and magnetic fields. We used a simple theoretical description of the latter, that is, the standard non-twist map. The non-monotonicity leads to shearless curves that provide internal transport barriers for the chaotic magnetic field lines.

Another physical model in which internal transport barriers appear is the motion of particles passively advected by the $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ drift flow. The non-monotonic profile in this case is for the electric field due to a biased electrode inserted

into the plasma. As this barrier moves inside the plasma, the observed turbulent-driven particle flux is reduced, as observed in both TCABR and Helimak. We also investigated the behavior of the magnetic shear in internal transport barriers related to shearless curves and found that the latter persist under magnetic shear but are modified due to reconnection processes.

Acknowledgments This work was partially supported by the following Brazilian Government Agencies: CNPq, FAPESP (State of São Paulo), CAPES, and Fundação Araucária (State of Paraná).

References

1. R.D. Hazeltine, J.D. Meiss, *Plasma Confinement* (Addison Wesley, 1992)
2. W. Horton, *Turbulent Transport in Magnetized Plasmas* (World Scientific, Singapore, 2012)
3. R. Balescu, *Transport Processes in Plasmas: Classical Transport Theory* (Elsevier, Amsterdam, 1988)
4. S.J. Camargo, B.D. Scott, D. Biskamp, *Phys. Plasmas* **3**, 3912 (1996)
5. S.J. Camargo, M.K. Tippet, I.L. Caldas, *Phys. Plasmas* **7**, 2849 (2000)
6. A.J. Wootton, S.C. McCool, S. Zheng, *Fus. Technol.* **19**, 973 (1991)
7. F. Wagner, U. Stroth, *Plasma Phys. Control. Fusion* **35**, 1321 (1993)
8. W. Horton, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 735 (1999)
9. W. Horton, A. Hasegawa, *Chaos* **4**, 227 (1994)
10. D. Ruelle, F. Takens, *Comm. Math. Phys.* **20**, 167 (1971)
11. E.N. Lorenz, *J. Atmos. Sci.* **20**, 130 (1963)
12. A. Hasegawa, K. Mima, *Phys. Rev. Lett.* **39**, 205 (1977). *Phys. Fluids*, **21**, 81, 1978
13. K. Katou, *J. Phys. Soc. Jpn.* **51**, 996 (1982)
14. G.I. de Oliveira, F.B. Rizzato, L.P.L. de Oliveira, *Phys. D* **104**, 119 (1997)
15. R.L. Erichsen, G. Brunnet, F.B. Rizzato, *Phys. Rev. E* **60**, 6566 (1999)
16. A.M. Batista, I.L. Caldas, S.R. Lopes, R.L. Viana, W. Horton, P.J. Morrison, *Phys. Plasmas* **13**, 042510 (2006)
17. K.S. Karplyuk, V.N. Oraevskii, V.P. Pavlenko, *Plas. Phys.* **15**, 113 (1973)
18. D. Walters, G.J. Lewak, *J. Plas. Phys.* **18**, 525 (1977)
19. A.M. Batista, I.L. Caldas, S.R. Lopes, R.L. Viana, *Phil. Trans. Royal Soc. London A* **366**, 609 (2008)
20. P.J. Morrison, *Phys. Plasmas* **7**, 2279 (2000)
21. D. del-Castillo-Negrete, *Phys. Plasmas* **7**, 1702 (2000)
22. W. Horton, H.B. Park, J.M. Kwon, D. Strozzi, P.J. Morrison, D.I. Choi, *Phys. Plasmas* **5**, 3910 (1998)
23. D. del-Castillo-Negrete, P.J. Morrison, *Phys. Fluids A* **5**, 948 (1993)
24. J.S.E. Portela, I.L. Caldas, R.L. Viana, *Eur. Phys. J. Special Topics* **165**, 195 (2008)
25. Szezech Jr. J.D., I.L. Caldas, S.R. Lopes, R.L. Viana, P.J. Morrison, *Chaos* **19**, 043108 (2009)
26. J. D. Szezech Jr., I.L. Caldas, S.R. Lopes, P.J. Morrison, R.L. Viana, *Phys. Rev. E* **86**, 036206 (2012)
27. W. Horton, *Plas. Phys. Contr. Fusion* **27**, 937 (1985)

28. A. Marcus, I.L. Caldas, Z. Guimarães-Filho, P.J. Morrison, W. Horton, Yu. Kuznetsov, I.C. Nascimento, *Phys. Plasmas* **15**, 112304 (2008)
29. I.C. Nascimento, I.L. Caldas, R.M.O. Galvão, *J. Fusion Energy* **12**, 529 (1993)
30. R.L. Viana, S.R. Lopes, I.L. Caldas, Szezech Jr. J.D., Z. Guimarães-Filho, G.Z. dos Santos Lima, P.P. Galuzio, A.M. Batista, Yu. Kuznetsov, I.C. Nascimento, *Comm. Nonlin. Sci. Num. Simul.* **17**, 4690 (2012)
31. Z.O. Guimarães-Filho, I.L. Caldas, R.L. Viana, M.V.A.P. Heller, I.C. Nascimento, Yu.T. Kuznetsov, R. Bengtson, *Phys. Plasmas* **15**, 062501 (2008)
32. F.A. Marcus, T. Kroetz, M. Roberto, I.L. Caldas, E.C. da Silva, R.L. Viana, Z.O. Guimaraes-Filho, *Nucl. Fusion* **48**, 024018 (2008)
33. I.L. Caldas, R.L. Viana, C.V. Abud, J.C.D. Fonseca, Z.O. Guimarães-Filho, T. Kroetz, F.A. Marcus, A. Schelin, J.D. Szezech Jr., D.L. Toufen, M.S. Benkadda, S.R. Lopes, P.J. Morrison, M. Roberto, K. Gentle, Yu. Kuznetsov, I.C. Nascimento, *Plas. Phys. Contr. Fusion* **54**, 124035 (2012)
34. K.W. Gentle, K. Liao, K. Lee, W.L. Rowan, *Plasma Sci. Technol.* **12**, 391 (2010)
35. K.W. Gentle, H. He, *Plasma Sci. Technol.* **10**, 284 (2008)
36. Ch.P. Ritz, E.J. Power, T.L. Rhodes, R.D. Bengtson, K.W. Gentle, H. Li, P.E. Phillips, A.J. Wootton, D.L. Brower, N.C. Luhmann Jr., W.A. Peebles, P.M. Schoch, R.L. Hickok, *Rev. Sci. Instrum.* **59**, 1739 (1988)
37. D.L. Toufen, Z.O. Guimarães-Filho, I.L. Caldas, J.D. Szezech, S.R. Lopes, R.L. Viana, K.W. Gentle, *Phys. Plasmas* **20**, 022310 (2013)

FOLHA DE REGISTRO DO DOCUMENTO

1. CLASSIFICAÇÃO/TIPO TD	2. DATA 10 de agosto de 2016	3. REGISTRO N° DCTA/ITA/TD-024/2016	4. N° DE PÁGINAS 103
5. TÍTULO E SUBTÍTULO: Transporte caótico de partículas causado por oscilações eletrostáticas em tokamaks.			
6. AUTOR(ES): Kauê Cabrera Rosalem			
7. INSTITUIÇÃO(ÕES)/ÓRGÃO(S) INTERNO(S)/DIVISÃO(ÕES): Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA			
8. PALAVRAS-CHAVE SUGERIDAS PELO AUTOR: 1. Transporte de partículas. 2. Tokamak. 3. Física de plasmas.			
9. PALAVRAS-CHAVE RESULTANTES DE INDEXAÇÃO: Dispositivos tokamak; Movimento de partículas; Cisalhamento; Campos magnéticos; Física de plasmas; Física.			
10. APRESENTAÇÃO: X Nacional Internacional ITA, São José dos Campos. Curso de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Física. Área de Física de Plasmas. Orientador: Prof. ^a Dr. ^a Marisa Roberto; coorientador: Iberê Luiz Caldas (IFUSP). Defesa em 13/06/2016. Publicada em 2016.			
11. RESUMO: Investigamos nesta tese o transporte caótico de partículas causado por ondas de deriva na borda do plasma do tokamak. Assumimos uma aproximação de alta razão de aspecto para investigar os efeitos devido ao cisalhamento dos perfis do campo elétrico e magnético. As trajetórias das partículas são obtidas por um modelo que descreve o movimento do centro de guia sob um potencial eletrostático flutuante. Integramos as equações diferenciais das variáveis canônicas que descrevem o movimento das partículas. Consideramos um fluxo total composto pelos perfis de equilíbrio do campo elétrico e magnético, e uma parte flutuante gerada pelos modos ressonantes de ondas de deriva. Os efeitos dos cisalhamentos são interpretados ao combinar os resultados obtidos da simulação numérica com os conceitos de dinâmica Hamiltoniana que descrevem as órbitas caóticas. Neste procedimento, obtivemos os mapas de Poincaré para as trajetórias das partículas. Estudamos a dependência do transporte com os perfis radiais dos campos elétricos e magnéticos, e verificamos que este transporte na borda do plasma pode ser reduzido ao modificar apropriadamente os respectivos cisalhamentos. Observamos as barreiras de transporte de partículas como curvas sem cisalhamento identificadas pelos valores extremos do perfil do número de rotação. Estas barreiras foram obtidas com o uso de perfis não-monotônicos do campo elétrico radial, e verificamos as variações radiais destas barreiras com a escolha do perfil do campo magnético e da velocidade paralela do plasma. Um mapa simplético, derivado para infinitos modos temporais, foi utilizado para descrever as dependências dos cisalhamentos elétrico, magnético e da velocidade paralela com o transporte de partículas. Estudamos a influência que a velocidade de rotação do plasma pode apresentar no transporte radial de partículas. As ressonâncias e estruturas topológicas são analisadas para velocidades paralelas de partículas com perfis uniformes ou com cisalhamento na borda do plasma.			
12. GRAU DE SIGILO: (X) OSTENSIVO () RESERVADO () SECRETO			